

第二十屆旺宏科學獎

成果報告書

參賽編號：SA20-501

作品名稱：以受衝擊液體之峰頂加速度測
量黏滯係數

姓名：林明樺

關鍵字：黏滯係數、加速度、衝擊回復

摘要

液體受衝擊後的回復過程可分為四個階段：挖掘、回復、成峰、回落。成峰階段時液柱頂端粒子僅受重力、分子間作用力作用，而分子間作用力於巨觀上的表現為黏滯力及表面張力。但因分子力作用範圍極小，本研究探討之情境可忽略表面張力造成之效應。

本研究探討黏滯係數與分子間作用力的關係，希望藉由易於操作的分子力加速度測量，發展依靠手機錄影功能就可執行的黏滯係數測量方法。目前已測量不同濃度太白粉勾芡液之黏滯係數，並分別讀取其受衝擊後液柱頂端分子力造成之加速度，將黏滯係數與分子力加速度的關係以線性方程式進行擬合，相關係數平方值達 0.9334。

理論方面目前以分子力加速度套入剪切黏度定義情境，推出流體之流速與位置成線性關係，與剪切黏度理論情形符合。但由於受力情形過於複雜，尚未能轉換分子力加速度為黏滯係數。

未來將嘗試取得分子力加速度與黏滯係數之關係式，且提升黏滯係數測量精準度，並以標準參考液驗證實驗所得的「黏滯係數與黏滯力加速度之關係式」。

壹、研究動機

液體受衝擊後的回復過程可分為四個階段：挖掘、回復、成峰、回落，分別如圖一至圖四所示。而液體於成峰階段時，因液柱頂端（圖五）粒子僅受重力和分子間作用力（以下稱為分子力）作用，故頂端粒子的加速度扣除重力加速度後，即是分子力對頂端粒子造成之加速度，黏滯係數及表面張力皆是分子力的巨觀表現，而分子力作用範圍極小，故於液柱頂端時，表面張力之效應可被忽略。於此發現以液柱頂端加速度測量黏滯係數的可能性，並想藉此進一步發展更便捷的黏滯係數測量方法。



圖一、挖掘

圖二、回復

圖三、成峰

圖四、回落



圖五、液柱

貳、研究目的及研究問題

測量不同黏度勾芡液之黏滯係數、受衝擊後於成峰階段之柱頂加速度，以此為基礎發展新的黏滯係數簡易測量方法。研究流程如下：

- 一、以市售黏度計測量標準參考液之黏滯係數，以檢驗市售黏度計的精確度。
- 二、探討不同黏度流體中黏滯係數與黏滯力加速度之關係。
 - (一) 配製不同黏度之太白粉勾芡液，並以市售黏度計測量其黏滯係數。
 - (二) 在同一黏度、表面張力之太白粉勾芡液中，改變落球大小、材質、落下速度，與實驗容器口徑，分別量測相對應之峰頂加速度，以了解此三變因對測量結果之影響。
 - (三) 以鋼珠衝擊不同黏度之太白粉勾芡液（以下簡稱衝擊實驗），固定鋼珠尺寸及落下速度，並求峰頂處分子力造成之加速度。
 - (四) 分析及探討「以液體峰頂分子力加速度測量黏滯係數」的可能性。
- 三、分析比較數種學校實驗室常用之黏滯係數測量方法的適用情境。

參、研究設計

一、原理說明

成峰階段之液柱頂端粒子僅受重力（W）、分子間作用力（T）作用，如圖六所示。其中，分子力是由黏滯力及表面張力造成之總力（以下簡稱表面張力）共同造成，但由於分子間作用力有效作用範圍極小（約為 $10^{-7}cm$ ），故作用於柱頂粒子之表面張力可視為水平方向之作用力，不會造成垂直方向的加速度，此情形下分子間作用力之合力即為黏滯力。假設黏滯力（即為T）於成峰階段為定值，則此階段液柱頂端的運動行為可表示為：

$$H = V_0 \cdot t + \frac{1}{2} \left(g + \frac{T}{M} \right) \cdot t^2$$



圖六、液柱頂端粒子受力力圖

其中 H 為液柱頂端相對起始位置的相對位置， V_0 為液柱頂端位於起始位置的速度。 t 在液柱頂端位於起始位置時為 0 ，並由此時開始計算時間。 g 為重力加速度。 M 為頂端粒子質量。

二、實驗裝置與器材

(一) 主要器材



圖七、手機 (iPhone Xr)



圖八、市售黏度計—涂4黏度計



圖九、電磁鐵



圖十、直徑 20.40 cm 透明壓克力桶



圖十一、一公升燒杯



圖十二、直徑 7.95 mm 鋼珠¹



圖十三、直徑 11.04 mm 鋼珠²



圖十四、直徑 14.31 mm 鋼珠³



圖十五、直徑 15.40 mm 玻璃珠⁴

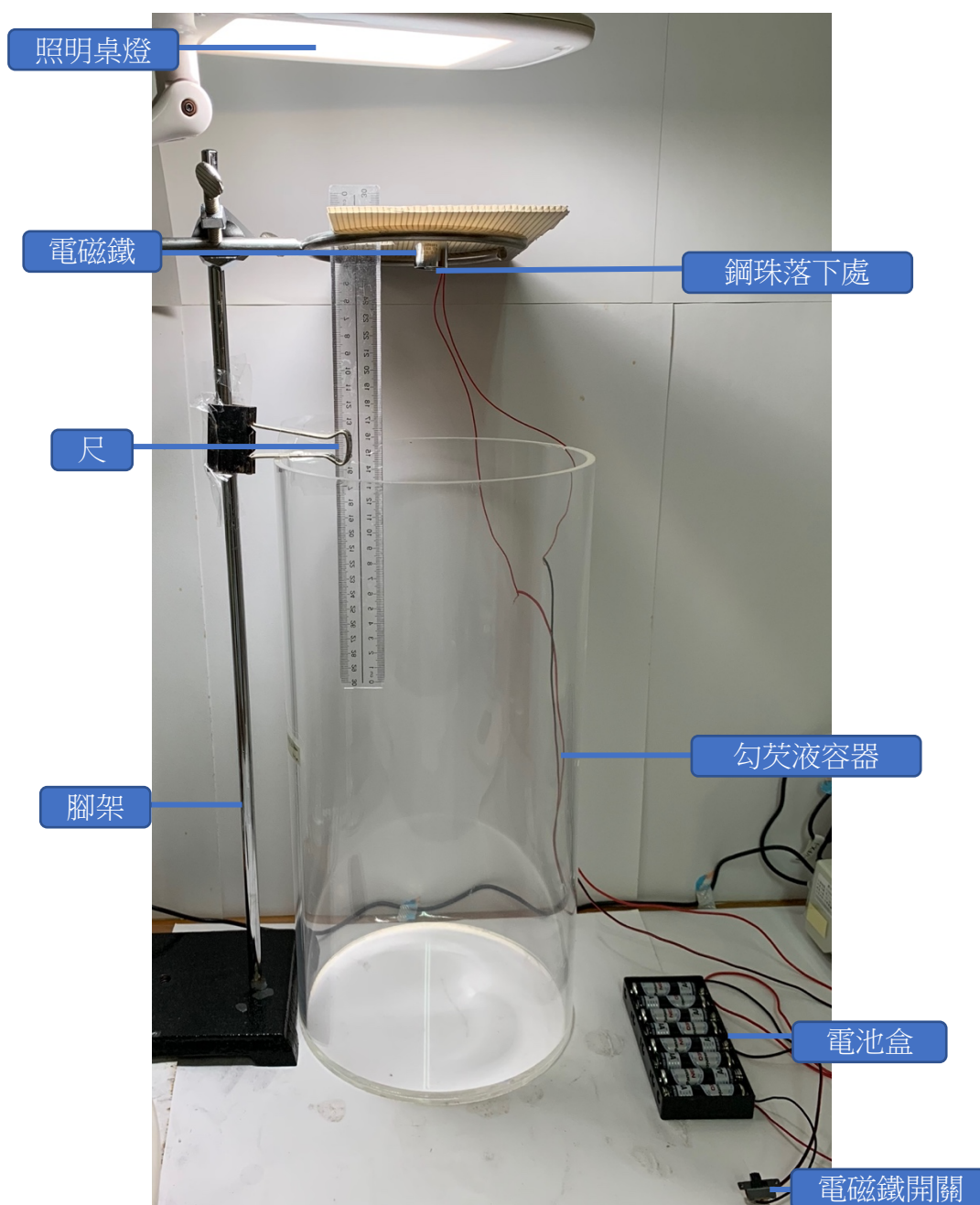
¹ 小鋼珠直徑介於 7.90 mm 至 8.00 mm 之間，平均直徑 7.95 mm，平均密度為 8.16 g/cm^3 。

² 中鋼珠直徑介於 11.00 mm 至 11.06 mm 之間，平均直徑 11.04 mm，平均密度為 7.80 g/cm^3 。

³ 大鋼珠直徑介於 14.24 mm 至 14.34 mm 之間，平均直徑 14.31 mm，平均密度為 7.9 g/cm^3 。

⁴ 玻璃珠直徑介於 14.92 mm 至 15.66 mm 之間，平均直徑 15.40 mm，密度為 2.5 g/cm^3 ，密度資料來自網路。

（二）實驗裝置圖



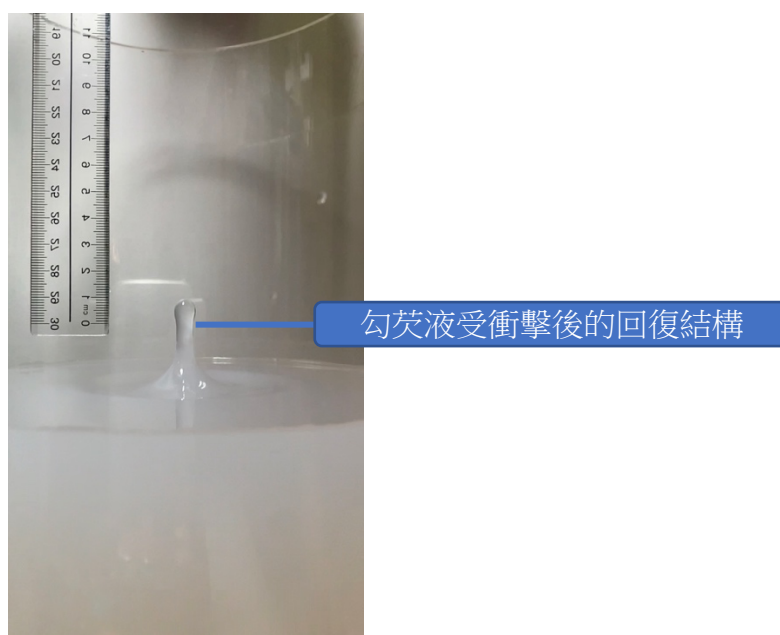
圖十六、實驗裝置圖

（三）耗材與其他器材

太白粉	紗布	腳架	尺	氣泡水平儀
雷射測距儀	電池	電池盒	開關	電線
溫度計	量筒	燒杯	電子秤	濾袋
電腦	游標尺	外接硬碟	照明桌燈	

三、實驗流程

- (一) 以市售黏度計測量五種標準參考液——水、乙二醇、橄欖油、**91.767%甘油**、**89.9%甘油**的黏滯係數。
- (二) 以市售黏度計測量勾芡液黏滯係數。
- (五) 改變衝擊實驗落球之半徑、材質、落下速度，以此觀察三變因對分子力加速度測量結果之影響。
- (三) 固定鋼珠尺寸、落下速度⁵，拍攝衝擊實驗影片，畫面如圖十七。
- (四) 以衝擊實驗影片取得成峰階段柱頂加速度，柱頂加速度扣除重力加速度後，可得分子力加速度。
- (五) 分析不同黏度流體黏滯係數與分子力加速度的關係。



圖十七、實驗影片截圖

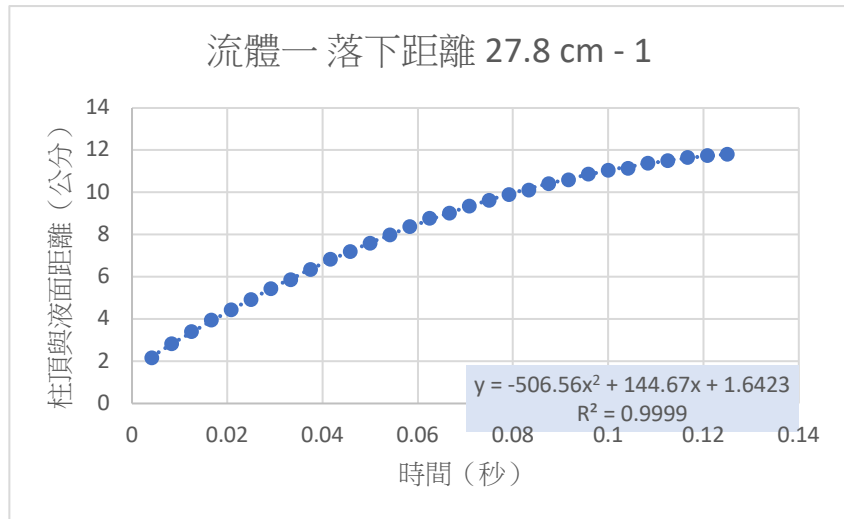
四、影像處理及數據分析

(一) 柱頂加速度測量

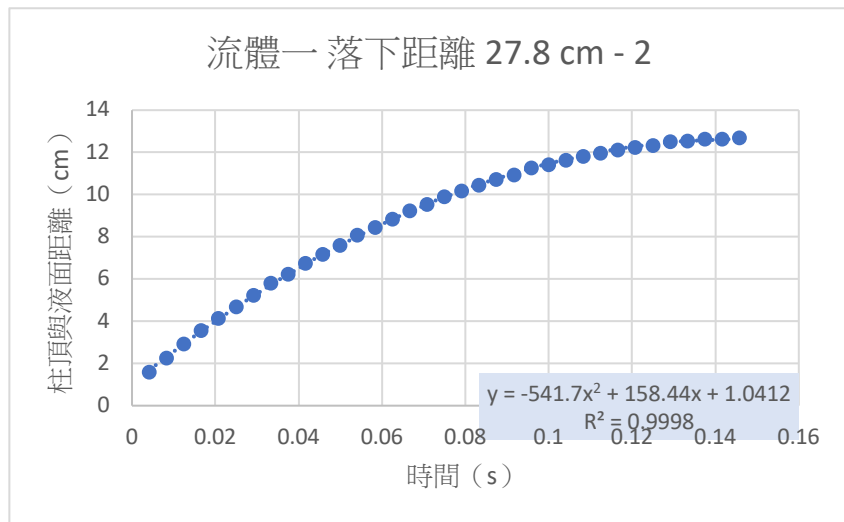
使用 ImageJ 軟體分別量測成峰階段各影格⁶之柱頂相對尺上刻度 0 的位置，在加上刻度 0 至液面的距離後，可得峰頂相對液面位置之 $x-t$ 圖（如圖十八、十九，其餘 $x-t$ 圖參見附錄）。求此圖二次回歸方程式，將二次項係數乘以二可得柱頂加速度，扣除重力加速度後即是分子力加速度。

⁵ 固定鋼珠與液面之距離以確保落速相等。

⁶ 影片是由多張照片組成，每張照片稱為一影格。



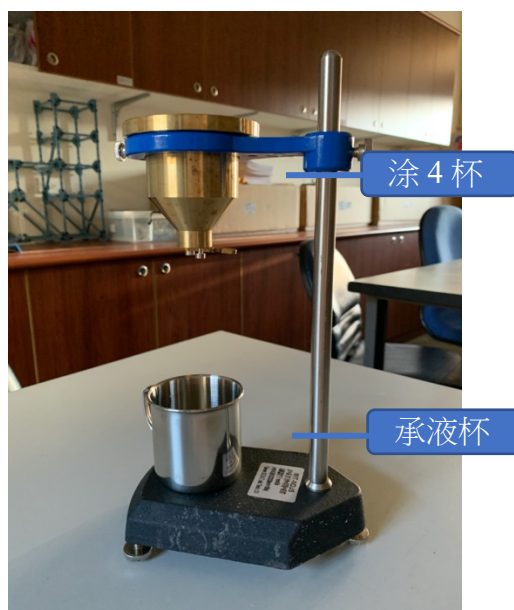
圖十八、黏性流體液柱頂端 x-t 圖-A



圖十九、黏性流體液柱頂端 x-t 圖-B

(二) 黏滯係數測量

以市售黏度計測量液體之黏滯係數。使用時將涂 4 杯（見圖二十）中固定體積之流體通過直徑 4mm，長度 4mm 的通道，測量自流體開始下流至下流之流線不再連續所經的時間，並經由經驗公式換算得待測液之黏滯係數。



圖二十、市售黏度計部件名稱

肆、研究結果

一、市售黏度計檢驗

以五種不同黏度之標準參考液——水、乙二醇、橄欖油、91.767%甘油、89.9%甘油，檢驗市售黏度計準確度，其黏滯係數測量值、參考數據與偏差率如表一。

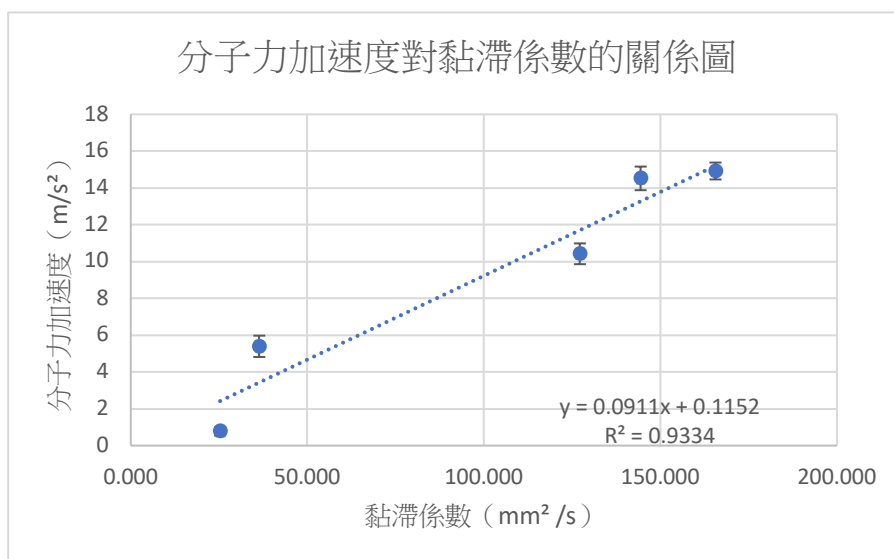
表一、市售黏度計檢測數據表					
名稱	水	乙二醇	橄欖油	甘油一	甘油二
測量值 (⁷ cSt)	10.5 ± 0.4 (約 10°C)	21.6 ± 0.4 (純， 20.0°C)	88.7 ± 0.3 (21.1°C)	498.5 ± 3.5 (91.767% , 24.2°C)	402.2 ± 9.5 (89.9% , 20.0°C)
參考數據 (cSt)	1.308 (10°C)	14.5 (純，25°C)	90 (25°C)	246 (92% , 20°C)	177 (90%)
偏差率	702%	49.0%	1.44%	103%	127%

由上表可發現涂 4 黏度計在黏滯係數為 90 cSt 左右較為準確，但此次實驗之勾芡液黏滯係數偏離 90 cSt，故測量值可能產生較大誤差。

⁷ 1cSt = mm²/s

二、分子力加速度測量

(一) 分子力加速度與黏滯係數的關係圖

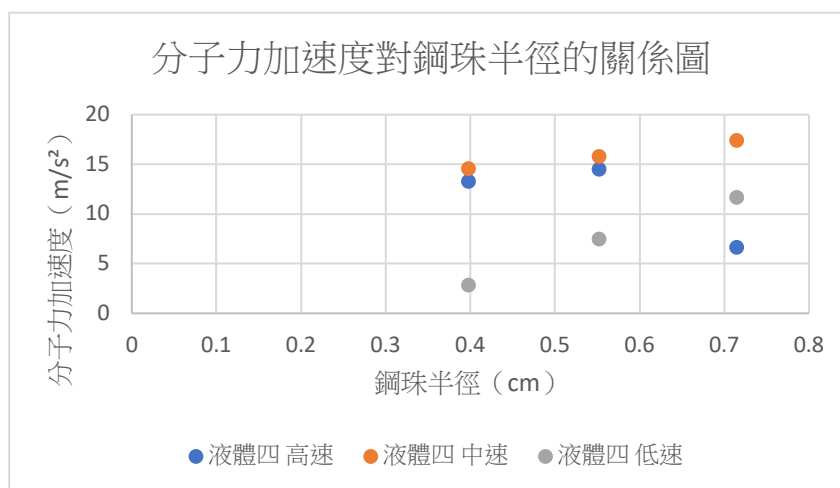


圖二十一、柱頂加速度對黏滯係數的關係圖

實驗結果顯示分子力加速度與黏滯係數成正相關，且以一次方程式回歸其結果，相關係數平方達 0.9334。

(二) 相同流體中分子力加速度與其他變因的關係圖

1. 落珠半徑對分子力加速度之影響

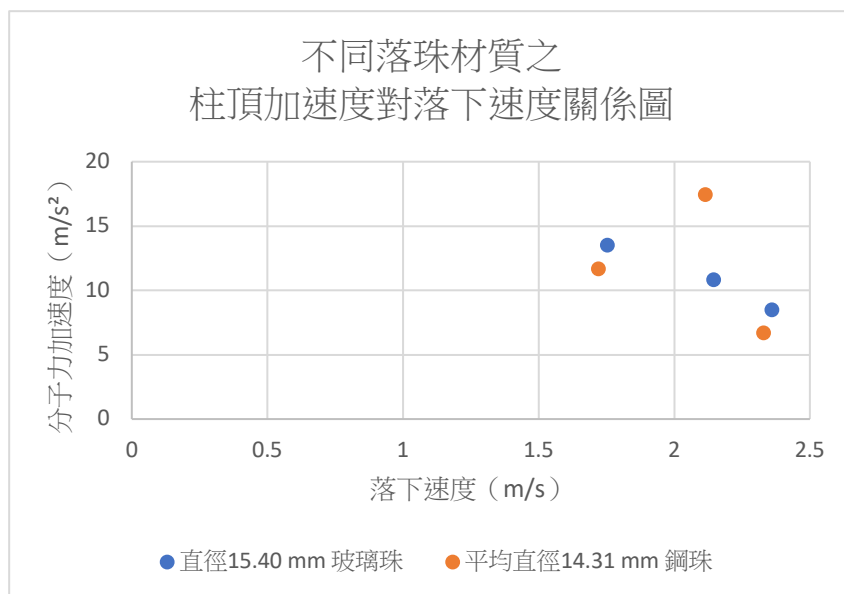


圖二十二、分子力加速度對鋼珠半徑的關係圖⁸

⁸ 高速 (m/s^2 , 小、中、大鋼珠落速) : 2.38、2.34、2.33; 中速 (m/s^2 , 小、中、大鋼珠落速) : 2.13、2.12、2.11; 低速 (m/s^2 , 小、中、大鋼珠落速) : 1.74、1.73、1.72。

由圖中可觀察到，隨著鋼珠半徑增加，分子力加速度有上升之趨勢，並於部分落速中，鋼珠半徑與分子力加速度可能為線性關係。但於落下速度最大的組別中（落速介於 2.33 m/s 至 2.38 m/s 間）鋼珠半徑最大者，其分子力加速反而為同落速中最小的。

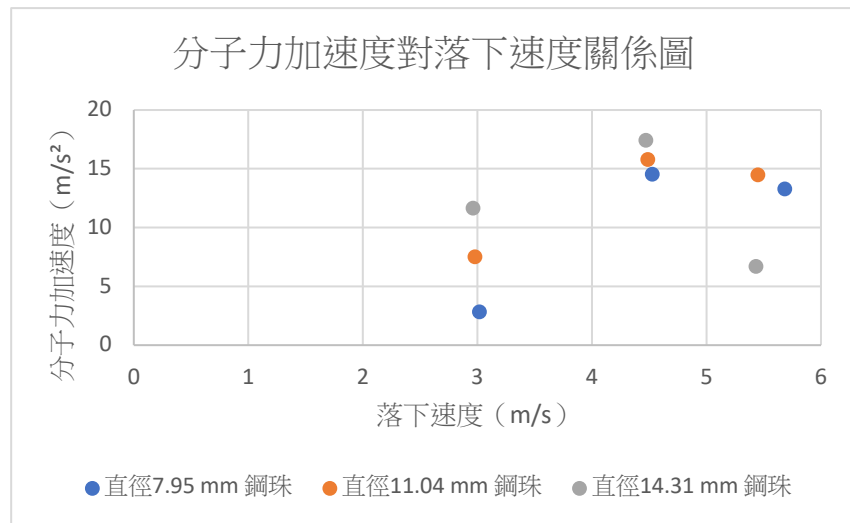
2. 落珠材質對分子力加速度之影響



圖二十三、不同落珠材質之柱頂加速度對落下速度關係圖

由圖中可發現，玻璃珠之分子力加速度與落下速度間有可能呈線性關係，而鋼珠之二者關係較為混亂。

3. 鋼珠落下速度對分子力加速度之影響



圖二十四、分子力加速度對鋼珠落下速度的關係圖⁹

不論鋼珠直徑為何，分子力加速度皆在一恰當之落下速度時，呈現其最大值。

4. 容器口徑對分子力加速度之影響

表二、不同容器口徑測得之分子力加速度及其不確定度		
	分子力加速度 (m/s ²)	柱頂加速度不確定度 (m/s ²)
一公升燒杯	30.53	3.27
直徑 20.40 cm 直桶	14.52	0.64

於實驗影片中可觀察到，若口徑縮小，落珠衝擊產生之漣漪較易於成峰階段尚未結束時，由容器壁反彈回液體成峰處，可能造成液柱構造受到影響，表二之結果驗證此一猜想。此現象顯示本研究之測量方法若欲在未來減少單次測量之液體用量時，可能遇到之問題。

⁹ 鋼珠尺寸詳見註腳 1、2、3。

（三） 分子力加速度 A 類不確定度

每種黏性液體皆進行三次相同鋼珠及落下速度之衝擊實驗，同一流體不同實驗間之不確定度介於 0.225 m/s^2 至 0.641 m/s^2 （見圖二十一標示之誤差線），顯示本研究測量結果之穩定度。

伍、 討論

一、 黏滯係數與分子力加速度的關係

（一） 趨勢

由圖二十一發現，隨著黏滯係數增加，分子力加速度也會增加，與最初預期相同，以線性方程式回歸兩者關連，相關係數平方達 0.9334 。

（二） 其他影響實驗結果的因素

黏滯係數測量之準確度除了在標準液黏滯係數測定的實驗中，可觀察到測量值明顯偏離參考值外，還發現在測量部分偏濃之黏性流體中，測量值在多次實驗間數值有較大差異，導致測量結果不確定度增加（見表三）。

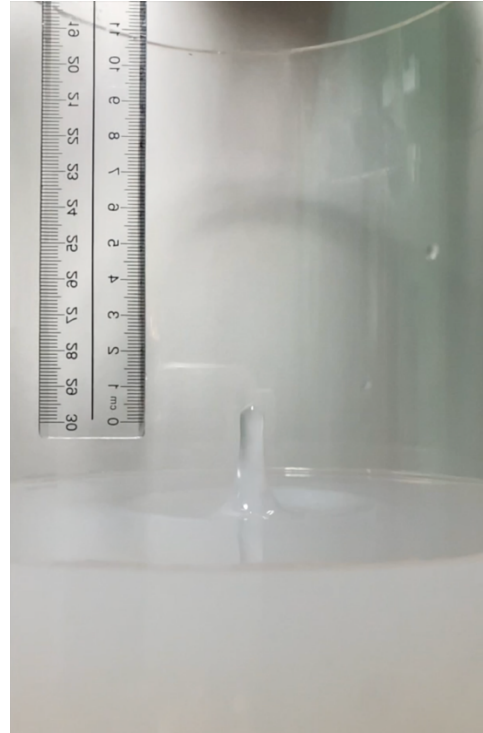
表三、各黏性流體之黏滯係數測量平均值與 A 類不確定度					
	流體一	流體二	流體三	流體四	流體五
測量平均值 (cSt)	25.1	36.8	127.3	144.3	165.6
A 類不確定度 (cSt)	0.5	0.7	5.2	0.9	4.9

二、 結合分子力加速度估算液柱能量獲取效率

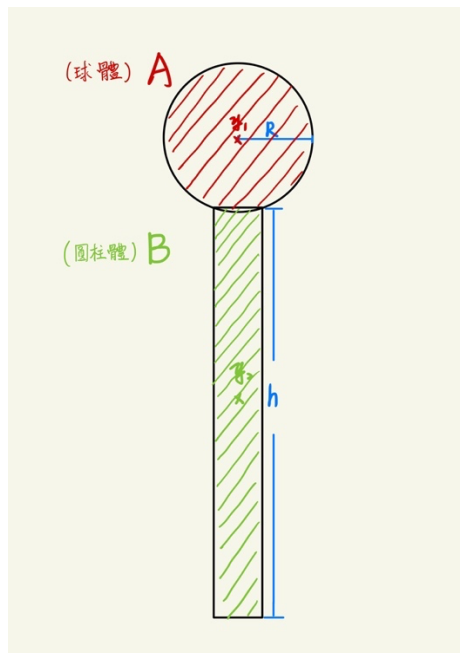
如圖二十五及二十六所示，不同黏度流體受衝擊後於成峰階段結束時之結構有明顯差異。以下將以圖二十七、二十八之分別近似於低黏度流體（流體一、二），及高黏度流體（流體三、四、五）成峰結構的立體圖形，估算鋼珠衝擊能量轉移至成峰結構的比例。



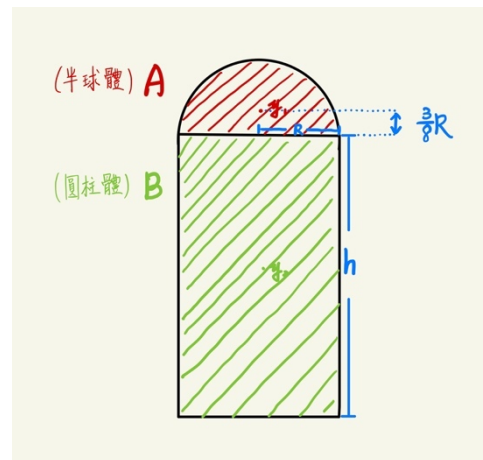
圖二十五、流體一成峰結構



圖二十六、流體三成峰結構



圖二十七、低黏度流體近似結構



圖二十八、高黏度流體近似結構

(一) 結合分子力加速度估計能量獲取比例

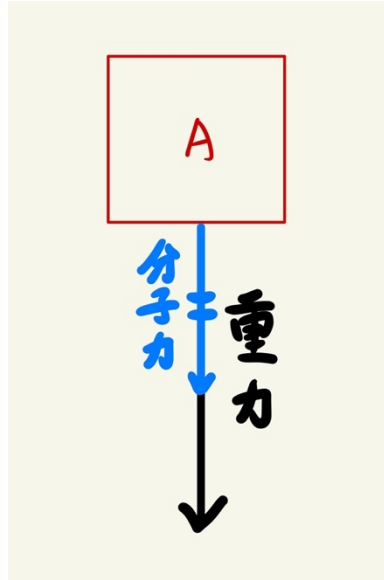
如圖二十七、二十八，成峰結構之對稱軸位於液柱中心，故其質心亦位於中心軸上，以 y_1 、 y_2 分別表示 A、B 於成峰階段結束時質心相對液面之位置。經由衝擊實驗之影像可測得圖中標示

之柱頂圓球半徑（ R ）及柱身長（ h ）， y_1 、 y_2 分別可以 R 、 h 表示如下：

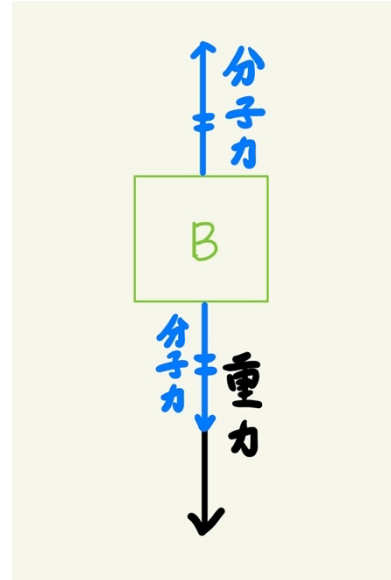
$$y_1 = h + R$$

$$y_2 = \frac{h}{2}$$

將 A、B 視為為兩剛體，兩物體之受力情形可表示如下：



圖二十九、A 部分受力圖



圖三十、B 部分受力圖

假設 A、B 質心通過液面之速率分別為 v_1 及 v_2 ，則速率與 y_1 、 y_2 之關係可表示如下：

$$v_1^2 = 2(a + g) \cdot y_1$$

$$v_2^2 = 2gy_2$$

化簡可得：

$$v_1^2 = 2(a + g) \cdot (h + R)$$

$$v_2^2 = gh$$

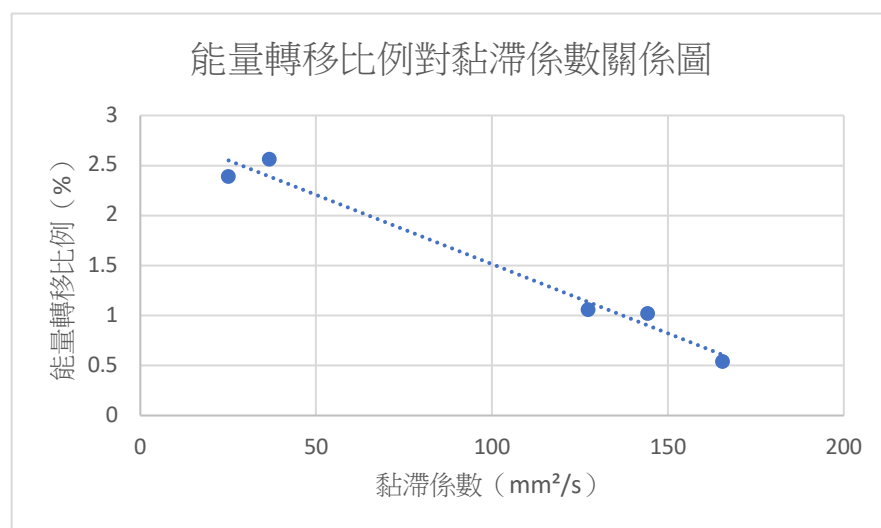
其中， a 為分子力加速度、 g 為重力加速度。經實驗測得液體密度 ρ 後，可藉由估算 A、B 體積得到兩物質質量 m_1 、 m_2 ，忽略成峰過程中的能量耗損，可將成峰階段總力學能表示如下：

$$U_{\text{成峰}} = \frac{1}{2}m_1[2(a + g) \cdot y_1] + \frac{1}{2}m_2gh$$

表四、各黏性流體成峰階段能量轉移比例					
流體名稱	流體一	流體二	流體三	流體四	流體五
成峰階段 總動能估計 (μJ)	358	385	160	153	81.2
能量轉移比例 (%)	2.39	2.56	1.06	1.02	0.542

上表中各黏度流體之能量轉移比例皆在 3% 以內，而經由實驗拍攝之影片，可觀察到液面受衝擊後的聲能、液體表面漣漪等造成液柱獲得能量比例降低之能量耗散現象，符合經由實驗測量數據推算之能量轉移比例不完全的結果。

流體黏滯係數大及代表具有較大的流動阻力，故流體之能量獲取比例應呈現隨黏滯係數增加而減少的情形。將表四的能量轉移比例彙整為圖三十一，可觀察到黏滯係數愈大之流體，液柱之能量獲取比例確有明顯下降趨勢。



圖三十一、能量轉移比例對黏滯係數關係圖

三、考量表面張力的計算結果

於前文已提到在本研究之尺度中，可忽略表面張力的效應。然於研究歷程中，曾嘗試以液柱頂端區域液體之運動情形，估算頂端粒子受力狀況。此近似方法之偏差主要由液柱側邊液體和中心液體流動情形之不統一造成（例如：在成峰階段中，可發現具波峰結構之漣漪產生，表示在柱頂上升時，側邊液體已開始向下流動）。

但若在巨觀尺度中，表面張力對成峰效應之影響確有考慮之必要。表五為考量表面能（液柱表面積乘以表面張力係數）後液柱之能量獲取

比例，及不考量表面張力之估算結果的偏差率，偏差率有隨黏度上升而增加的趨勢。

表五、各黏性流體成峰階段初期能量轉移比例					
流體名稱	流體一	流體二	流體三	流體四	流體五
能量轉移比例 (%)	2.52	2.83	1.32	1.22	0.689
不考量表面張力之偏差率 (%)	5.11	9.47	19.7	16.3	21.4

以柱頂區域液體近似頂端粒子運動情形之方法雖已不再使用，仍將相關推論記錄於此，以供參考。

(三) 表面張力係數測量與測量法之檢驗

1. 表面張力簡易測量法

使用玻璃滴管吸取待測液體，緩慢擠壓滴管之橡膠帽至液滴滴落，並測量液滴重量。將單一液滴重量除以管口周長，可得表面張力係數。

液滴滴落瞬間，所受之重力與表面張力達平衡，由此知液滴滴落瞬間，管口的表面張力即為液滴重量。

2. 表面張力簡易測量法檢驗

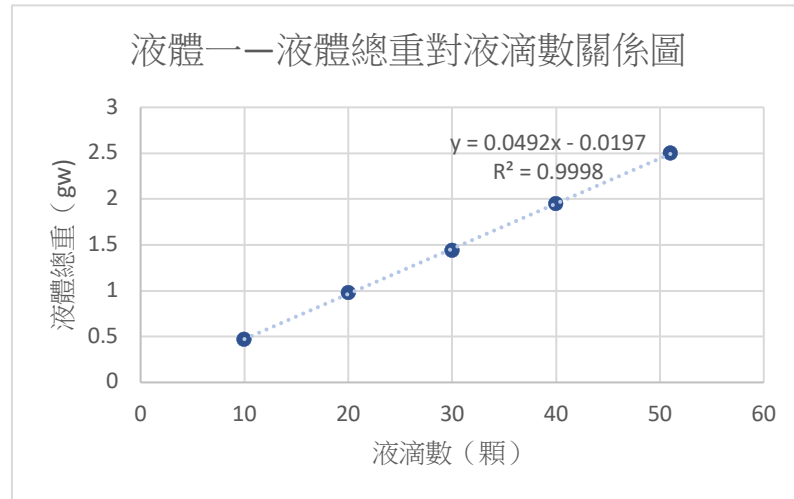
以三種不同表面張力之標準液體——水、乙二醇、橄欖油，進行表面張力簡易測量法之實驗，檢查此測量方法之準確度。將實驗結果與參考數據進行比較，其表面張力係數測量值、參考數據與偏差率如表六。

表六、表面張力係數測量數據表			
名稱	水	乙二醇	橄欖油
測量值 (mN/m)	65.63 ± 0.55 (25.1°C)	48.0 ± 1.3 (19.6°C)	31.47 ± 0.16 (24.9°C)
參考值 (mN/m)	70.4 (25°C)	47.70 (20°C)	32.0 (23°C)
偏差率	6.78%	0.576%	1.65%

由上表可見，當表面張力係數測量值介於 31.47 mN/m 至 65.63 mN/m 間，其偏差率小於 7%。而本研究使用流體之表面張力係數的測量值介於標準液測量值之極值內，故適用此測量方法。

此外，為了解此測量法對同一表面張力之液體的測量結果是否穩定，在同一液體的表面張力測量中，至少會進行 5 回每回 10 滴的實驗，以觀察液滴總質量與液滴數之關係是否呈現

穩定的正比關係。結果示例如下：



圖三十二、液體——液體總重對液滴數關係圖

由上圖可發現，液滴總質量與液滴數呈現穩定的正比關係，此結果顯示表面張力簡易測量法結果之穩定度。除流體一的「液體總重對液滴數關係圖」外，其餘流體之液滴總質量與液滴數之關係亦呈現穩定的倍數關係，以線性方程式對此二數據進行擬合，相關係數平方值亦皆在 0.9997 以上。

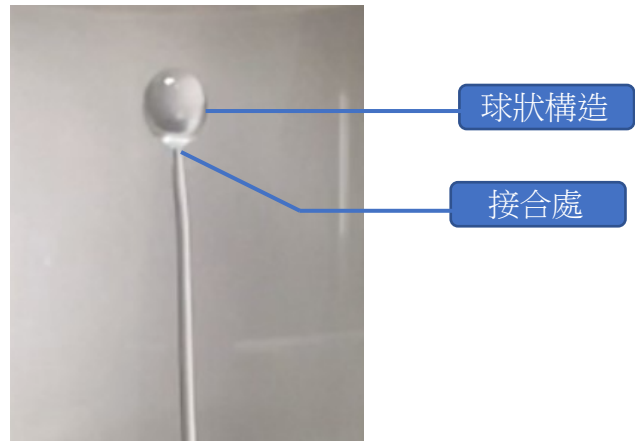
(二) 表面張力加速度估算

在成峰階段的最後，液柱頂端會到達最高點，並於液柱頂部形成球狀構造，球狀構造與下方液柱連接於接合處（見圖三十三）。若此時球狀構造恰好能脫離下方液柱，則代表在接合處，單位長度液體表面施加於液滴之表面張力的量值，等於表面張力係數。在取得表面張力係數（ γ ）、頂端球體半徑（ R ）、液體密度（ d ）、接合處周長（ l ）後，可藉由球狀構造質心之表面張力加速度（ a_{Ball} ），估算柱頂分子之表面張力加速度，計算過程如下：

$$\text{球狀構造所受表面張力}(F_{\gamma}) = \gamma \times l$$

$$\text{球狀構造質量}(M_{Ball}) = \frac{4}{3}\pi R^3 \times d$$

$$a_{Ball} = \frac{F_{\gamma}}{M_{Ball}} \approx \text{柱頂分子表面張力加速度}$$



圖三十三、液體一柱頂高峰

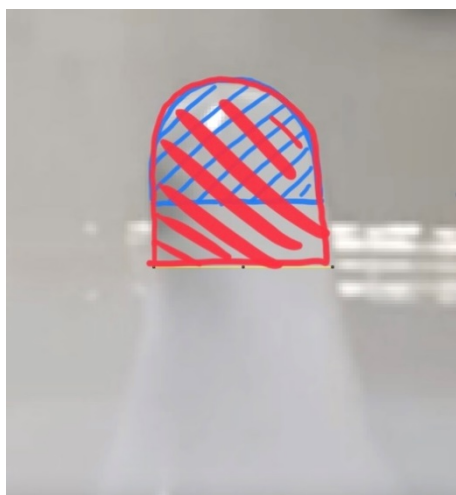
(一) 不適用情形

前文提到，表面張力估算方法適用的情況為球狀構造恰好脫離液柱時。而在本實驗低黏度之流體中，液柱頂端達高峰時的情形接近此情況，可經由前文之方法估計表面張力加速度。但是在黏滯係數較大的流體中，由圖片可明顯看出成峰階段結束時，球狀構造並非處於即將脫離液柱的情形（見圖三十四），此時單位長度液體表面提供之表面張力將小於表面張力係數，故無法準確估算峰頂之分子力加速度。



圖三十四、流體五柱頂高峰

若暫時忽略上述提到之問題，依然以表面張力係數計算單位長度提供之表面張力，但此結果除了表面張力加速度比實際情形大，導致黏滯力加速度過小外，同一張照片估算出的表面張力加速度可能會產生極大的差異（見圖三十五）。



圖三十五、高黏度流體表面張力加速度估算誤差解釋圖¹⁰

(二) 可能的解決方式

下面兩張圖中（圖三十六、圖三十七）皆是以相同高度投放鋼珠，衝擊流體四所得之回復情形，但左側投落之鋼珠為本實驗原本使用之鋼珠¹¹，右側則是半徑較大之鋼珠¹²。比較兩張圖片可以發現，右側回復結構之球狀構造較為明顯。



圖三十六、流體四柱頂高峰



圖三十七、流體四柱頂高峰（大鋼珠）

圖三十八投落之鋼珠與圖三十七相同，但落下高度較低。比較圖三十八及圖三十七可以發現，當落下高度降低，也就是落下速度減少的情形下，柱頂之球狀構造會變得較不明顯。

¹⁰ 紅色部分進行估算所得之表面張力加速度，比藍色部分之結果多出約 40%。

¹¹ 鋼珠直徑介於 11.00 mm 至 11.06 mm 之間，平均直徑 11.04 mm。

¹² 鋼珠直徑介於 14.24 mm 至 14.34 mm 之間，平均直徑 14.31 mm。



圖三十八、流體四柱頂高峰（大鋼珠、低落下距離）

綜合以上，我們可以推測當衝擊物給予黏性流體較多能量時，流體會產生較為明顯的球狀構造。因此若欲推知高黏度流體柱頂之表面張力加速度，可能可以藉由增加衝擊能量，解決高黏度流體之球狀構造不明顯的問題。

四、嘗試以落球法測量水的黏滯係數

剛開始時尚未購買涂 4 黏度計，而落球法是所需器材最少之測量方式，因此首先以落球法測量水的黏滯係數以探討以此測量方式測量黏滯係數的可行性。

於待測液中以等速度運動之物體，應受三力作用：重力（ W ）、浮力（ F_b ）、黏滯阻力（ F_d ），假設其值分別為 W 、 F_b 、 F_d 且此三力之合力為 0，此關係可表示為：

$$W = F_b + F_d$$

其中 W 、 F_b 分別可表示為：

$$W = d_{\text{鋼珠}} \times \left(\frac{4}{3} \pi R^3 \right) \times g$$

$$F_b = d_{\text{待測液}} \times \left(\frac{4}{3} \pi R^3 \right) \times g$$

$d_{\text{鋼珠}}$ 為鋼珠密度； $d_{\text{待測液}}$ 為待測液密度； g 為重力加速度。此外，根據史托克斯定律（Stokes' Law）， F_d 可表示為：

$$F_d = 6\pi\mu VR$$

其中 π 為圓周率； μ 為待測液的黏滯係數； V 為落球於待測液中等速下落時的速度。整理以上可得：

$$\mu = \frac{2gR^2(d_{\text{鋼珠}} - d_{\text{待測液}})}{9V}$$

最初以此方法測量液體之黏滯係數，但因測量結果不準確（如表七），及無法觀察不透明勾芡流體內落球的終端速度，故最後沒有使用這個方法。

表七、以落球法測量水的黏滯係數（實驗溫度：18.6℃）		
鋼珠直徑（mm）	10.00	1.99
鋼珠密度（g/cm ³ ）	7.4	8.0
水黏滯係數測量值（mPa·s）	3.51 ± 0.09	3.83 × 10 ⁻¹ ± 0.003
與公認值之偏差率（和20℃水的黏滯係數比）	250%	61.8%

五、不同的黏滯係數測量法適用範圍之比較

	受衝擊液柱頂運動法	落球法	轉盤漂浮法	毛細管法	扭轉圓柱面容器法
優點	自行架設操作簡便	原理簡易、實作方便	自行架設設備簡便	流體為層流較穩定	已商品化操作方便
適用	黏度稍大之液體 透明度低亦可	落球半徑<<容器管徑	黏度低且密度大之液體	細管長與直徑之比 大可忽略端口效應	黏度較高之液體,如:高 分子聚合物,潤滑油等
不適用或測量 困難處	黏滯度太低之液體	透明度低液體	高黏度液體(轉盤吹不動) 密度小液體(盤浮不起來) 透明度低液體(光電偵測難)	會黏附細管造成清 洗困難之液體	改變內圓筒位置困難
測量實例/商品	本研究	23℃蜂蜜黏滯係數與 公認值差約 9.2%	20℃水黏滯係數與公認值偏 差 58%	奧士華黏度計 涂 4 黏度計:25℃橄 欖油黏滯係數與公 認值差約 3%	市售旋轉黏度計
參考資料	本研究	中華民國 48 屆國中 理化科展(陳子寧等 著)	中華民國 49 屆高中物理科 展(王子銘等著)	台灣大學普物實驗 崑山科技大學機械 系侯順雄教師講義	中興大學普物實驗 中央大學普物實驗

本研究提出之測量方式提供簡單易操作的黏滯係數測量方式，只要用現在人手一台的手機就能得知液體的黏滯係數。此外，落球法雖然同樣測量方式簡單，卻無法測量不透明液體的黏度，而本測量方式恰能解決此一問題。

五、未來研究展望

（一）提升流體黏滯係數之精確度

雖然液柱頂端位置對時間的二次回歸曲線相關係數平方值皆達 0.99，但在涂 4 黏度計的檢測中可發現黏度測量的精確度尚有改善空間。黏滯係數是本研究的重要部分，若黏滯係數測量值不準確將影響黏滯力與黏滯力加速度之關係。未來可嘗試以甘油水溶液取代太白粉勾芡液，因甘油水溶液之黏滯係數可藉由文獻查詢得到較精確的測量結果，如此可避免涂 4 黏度計測量結果不精確之問題。

（二）取得不同溫度下分子力加速度對黏滯係數的關係圖

依據推論，液柱頂端粒子之加速度應僅受液體之黏滯性及表面張力影響，在表面張力影響不顯著的情形下，實驗溫度不同應不影響取得之分子力加速度和黏滯係數的關係圖，未來希望取得分子力加速度對不同溫液體之黏滯係數的關係式，以驗證此一想法。

（三）將分子力加速度轉換為黏滯係數

本研究的目的是提供更便捷的黏滯係數測量方法，因此將目前測得的分子力加速度轉換為黏滯係數是必要的。現階段尚未取得足夠數據回歸出黏滯力加速度和黏滯係數的關係，以上是在未來研究中需要被解決的問題。

於理論方面，目前嘗試將分子力加速度帶入剪切黏度定義情境，並推論出在定力作用下，液體之流速與所在位置應呈現線性關係，與剪切黏度原始理論相符。但因力學狀態過於複雜，尚無法計算出液體流速，故難以取得分子力加速度與剪切黏度之關係式。

（推論原稿詳見附錄。）

陸、結論

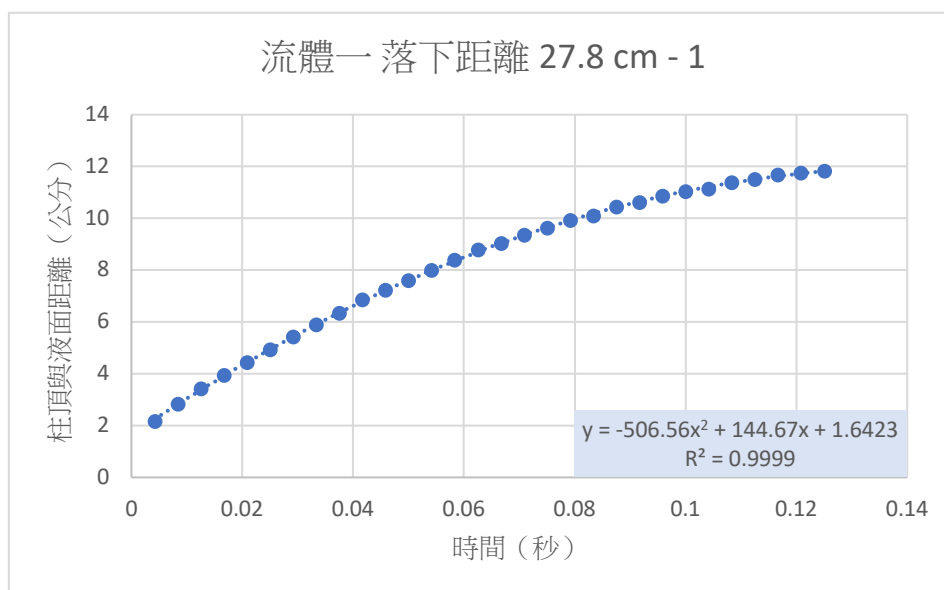
- 一、根據分子力之作用範圍，本研究分析情境可忽略表面張力的效應。實驗結果顯示黏滯係數與分子力加速度成正相關，且可能具有線性關係。
- 二、涂 4 黏度計於測量橄欖油之黏度時較為準確，而本實驗配置之黏性流體偏離此黏度，故測量結果與實際數值間之偏差值可能較大。
- 三、使用本研究之測量方法，若縮小承裝液體之溶液口徑，可能導致測量值出現偏誤。
- 四、本研究提供簡便的黏滯係數測量方式，並解決落球法不適用於透明度低流體之問題。已知黏滯係數介於 25.1 cSt 至 36.8 cSt 間的液體適用此測量方法，黏滯度較高之流體須待後續實驗以確認此方法能否適用。

柒、參考資料及其他

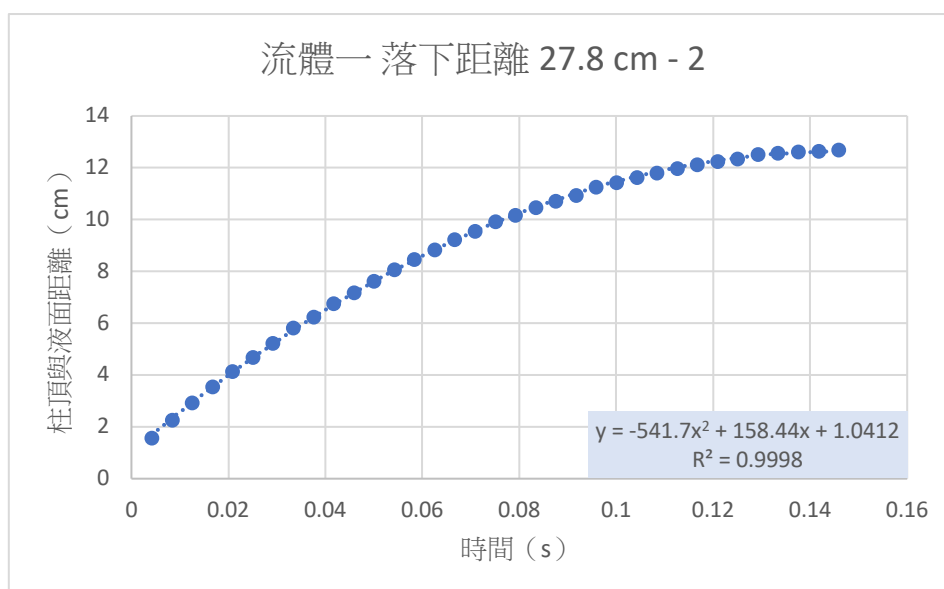
- 一、 Calculate Surface Tension of Water at 25°C – Physics:
https://www.shaalaa.com/question-bank-solutions/calculate-surface-tension-water-25-c-surface-tension_480 (2021/06/05)
- 二、 Shreya N. Sahasrabudhe; Veronica Rodriguez-Martinez; Meghan. O'Meara; Brian E. Farkas “Density, viscosity, and surface tension of five vegetable oils at elevated temperatures: Measurement and modeling”:
<https://www.tandfonline.com/doi/full/10.1080/10942912.2017.1360905>
(2021/06/05)
- 三、 Surface tension values of some common test liquids for surface energy analysis: <https://www.dataphysics-instruments.com/Downloads/Surface-Tensions-Energies.pdf> (2021/06/05)
- 四、 黏度 · 維基百科 · 取自: <https://zh.wikipedia.org/zh-tw/黏度>
(2021/04/20)
- 五、 乙二醇 · 維基百科 · 取自: <https://zh.wikipedia.org/wiki/乙二醇>
(2021/04/20)
- 六、 甘油 · 維基百科 · 取自: <https://zh.wikipedia.org/wiki/甘油>
(2021/04/20)
- 七、 石蠟油的粘度(黏度)是多少(2016/9/28) · 衡水玺皓化工有限公司 · 取自: <http://www.hsxihao.com/information/309.html> (2021/04/20)
- 八、 J. B. Segur ; Helen E. Obrstar. “Viscosity of Glycerol and Its Aqueous Solutions” : <https://cse.sc.edu/~gatzke/460/EEEE-glycerol.pdf>
(2021/04/20)
- 九、 台北市立建國中學 阿信物理教室 (2006 年 6 月 9 日)
<http://www.ck.tp.edu.tw/~pxhuang/lecture/ch11-Fluid.ppt> (2020 年 12 月 28 日)
- 十、 The Engineering ToolBox (2016 年 9 月 17 日)_
https://www.engineeringtoolbox.com/bulk-modulus-elasticity-d_585.html
(2020 年 12 月 28 日)
- 十一、 台北市立建國中學 阿信物理教室 (2006 年 6 月 9 日)
<http://www.ck.tp.edu.tw/~pxhuang/lecture/ch11-Fluid.ppt> (2020 年 12 月 28 日)
- 十二、 Quality & Quantity (2020 年 8 月 3 日) <https://www.yongxi-stat.com/pearson-correlation/> (2020 年 12 月 28 日)
- 十三、 教育百科 <https://pedia.cloud.edu.tw/Entry/Detail/?title=理想液體> (2021 年 2 月 5 日)

- 十四、1031-21 流體的力學概論第一章概論（2016 年 12 月 21 日）
https://hwplan.weebly.com/uploads/6/2/6/0/62603241/ch1_緒論.pdf（2021 年 2 月 5 日）
- 十五、科學 Online - 衝擊波（Shock Waves）與馬赫數（Mach Number）（2011 年 1 月 6 日）<https://highscope.ch.ntu.edu.tw/wordpress/?p=19276>（2021 年 2 月 5 日）
- 十六、Chap 9 邊界層(Boundary Layers)（2008 年 4 月 3 日）
http://www.atmos.pccu.edu.tw/file/fluid_dynamic/CHAP_09-10.pdf（2021 年 2 月 5 日）
- 十七、黏度（或稱黏滯性）（2014 年 12 月 25 日）
<https://highscope.ch.ntu.edu.tw/wordpress/?p=59367>（2021 年 2 月 6 日）
- 十八、Michael Fowler. “Dropping the Ball (Slowly)” Galileo:
https://galileo.phys.virginia.edu/classes/152.mf1i.spring02/Stokes_Law.htm
（2021/04/20）
- 十九、南一書局 高中物質科學物理篇（上）民國 93 年八月再版。

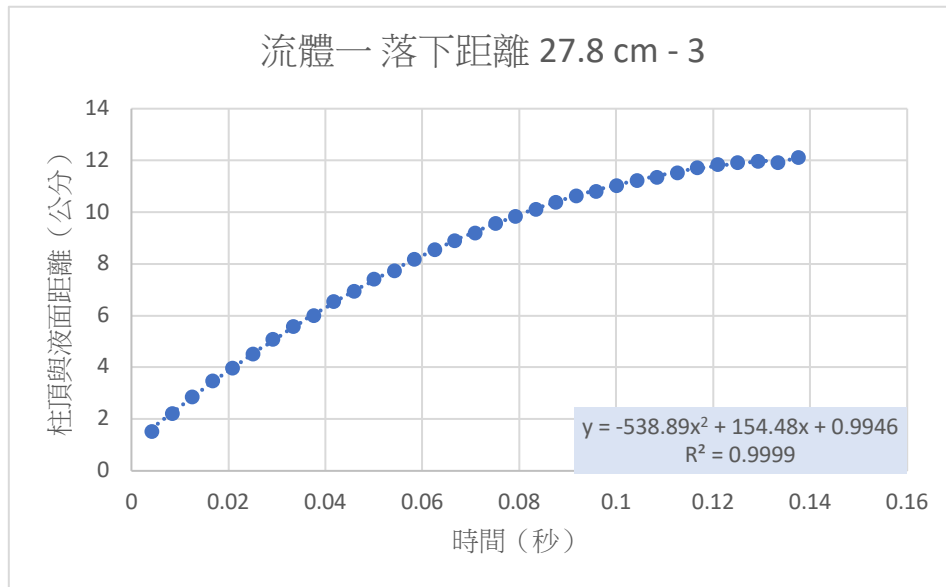
捌、附錄



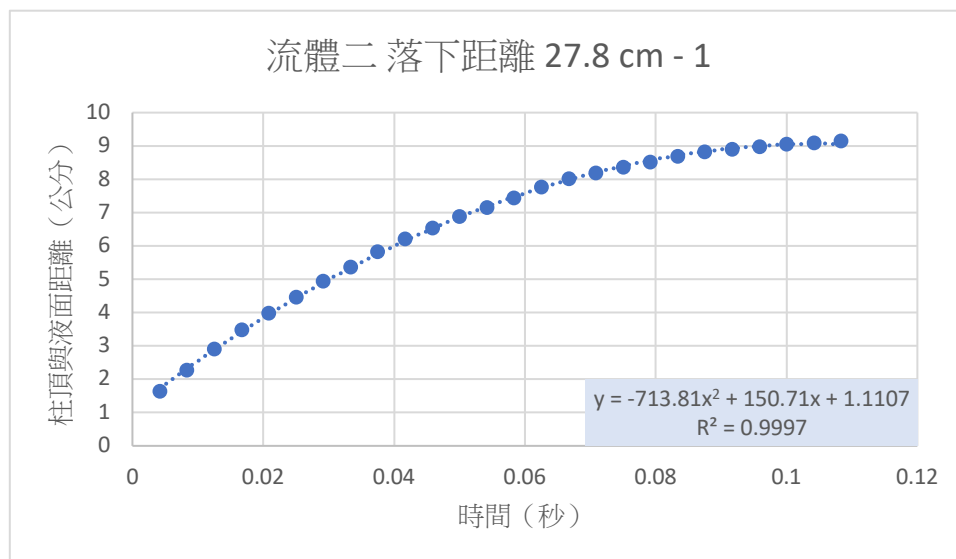
圖三十九、流體一 落下距離 27.8 cm - 1



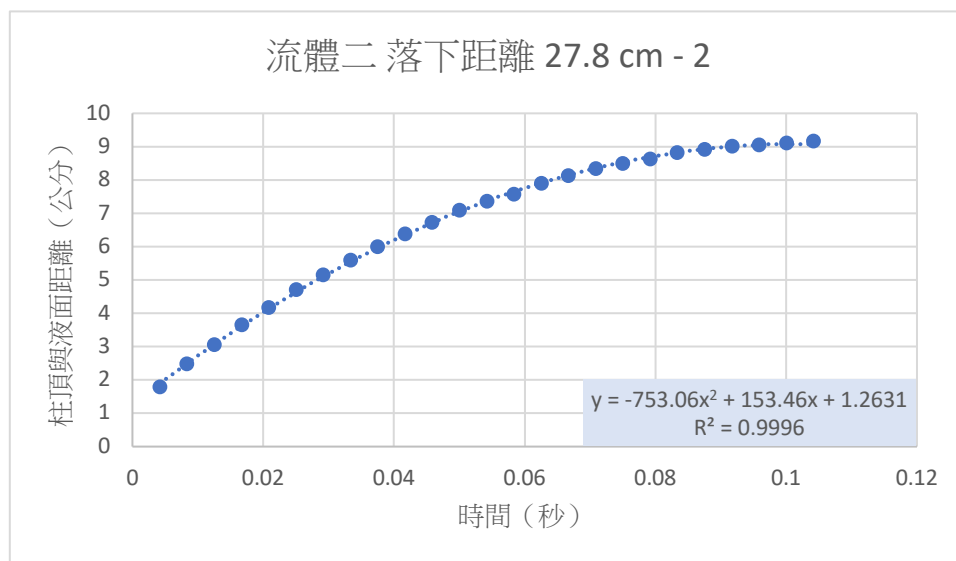
圖四十、流體一 落下距離 27.8 cm - 2



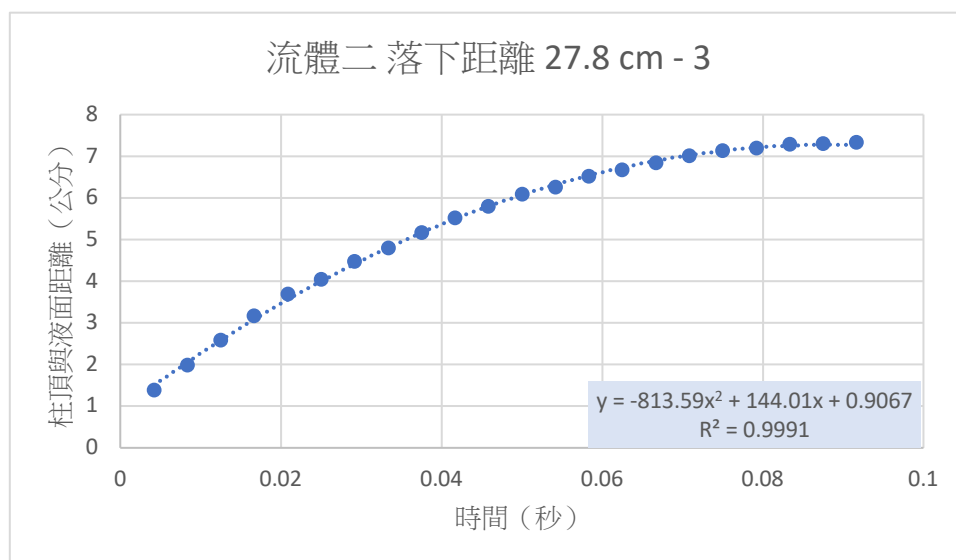
圖四十一、流體一 落下距離 27.8 cm - 3



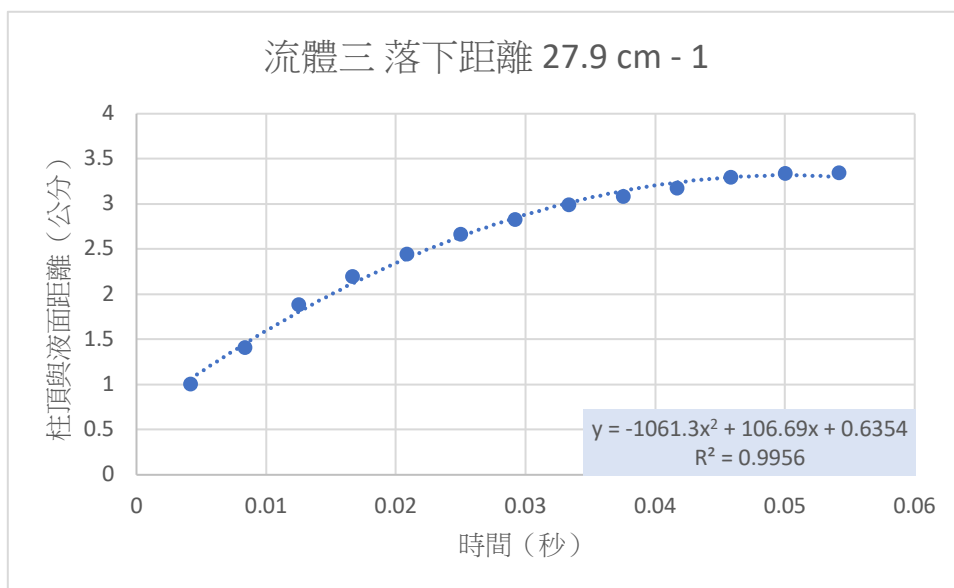
圖四十二、流體二 落下距離 27.8 cm - 1



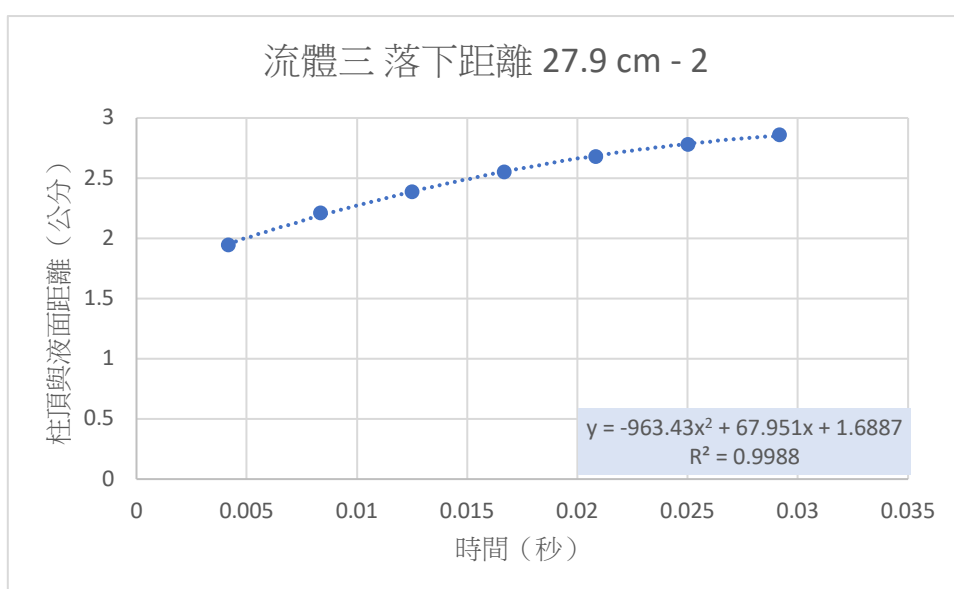
圖四十三、流體二 落下距離 27.8 cm - 2



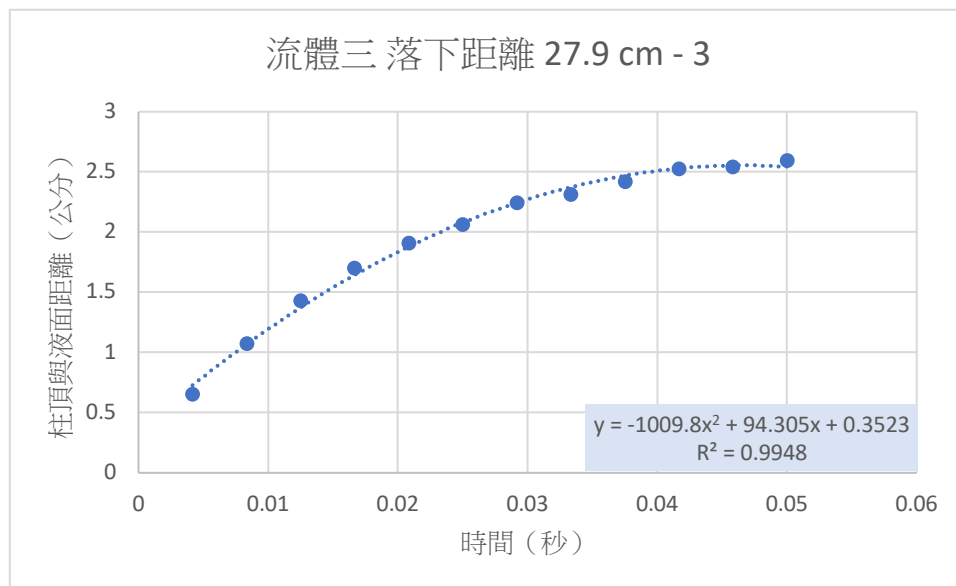
圖四十四、流體二 落下距離 27.8 cm - 3



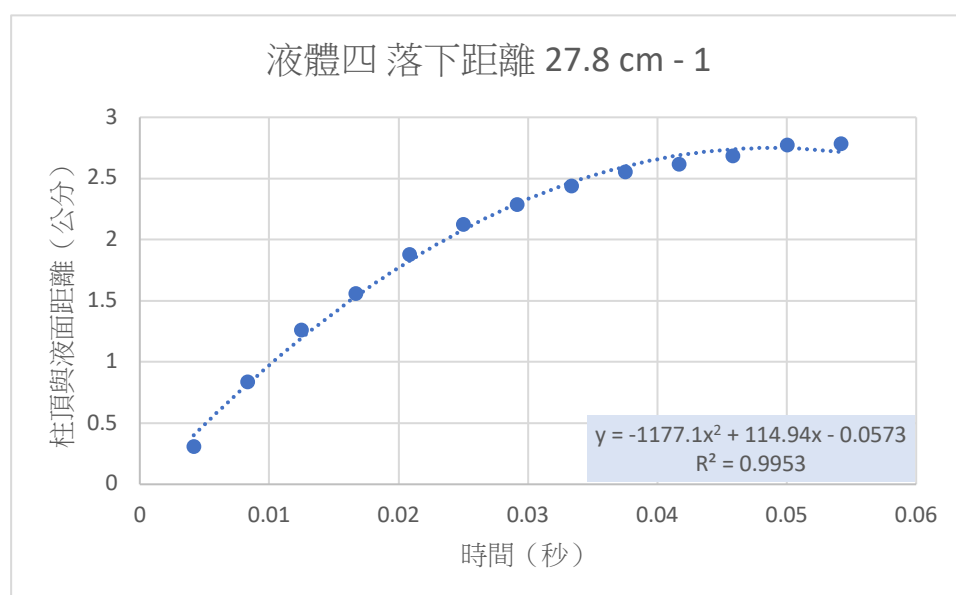
圖四十五、流體三 落下距離 27.9 cm - 1



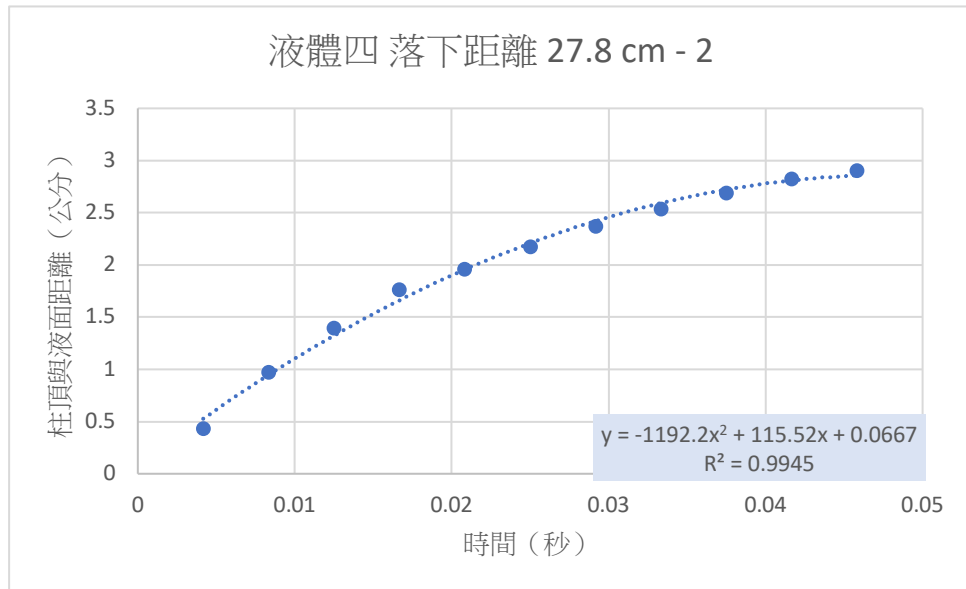
圖四十六、流體三 落下距離 27.9 cm - 2



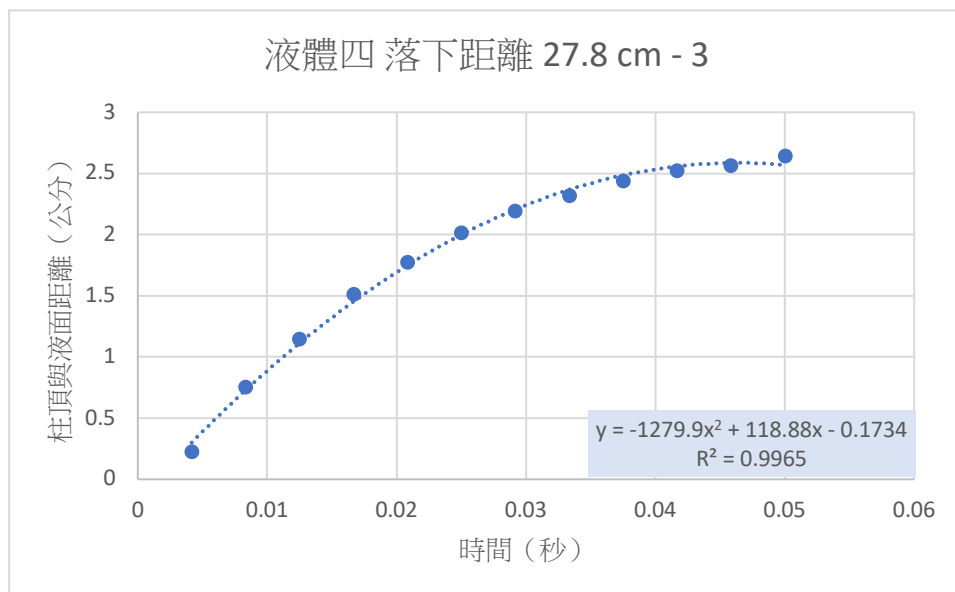
圖四十七、流體三 落下距離 27.9 cm - 3



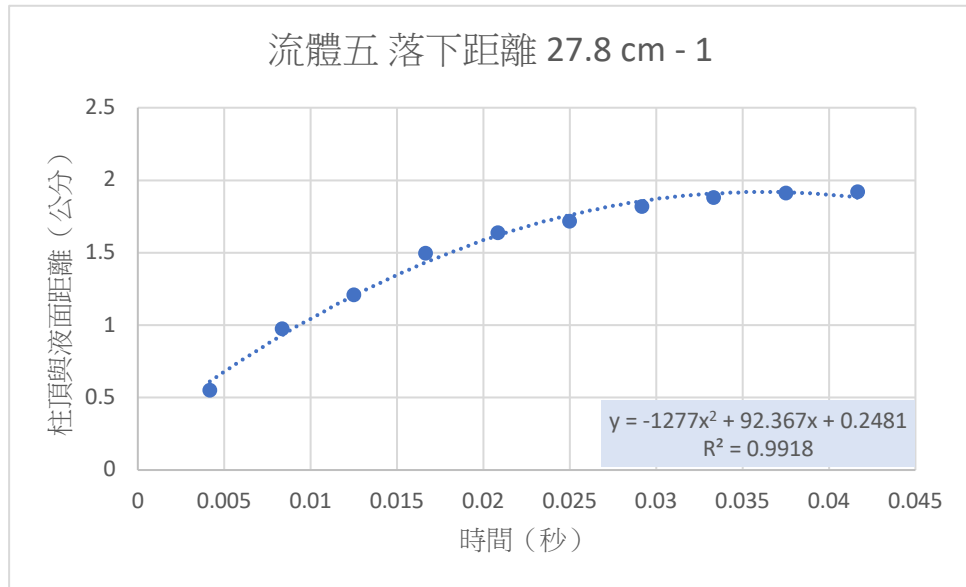
圖四十八、流體四 落下距離 27.8 cm - 1



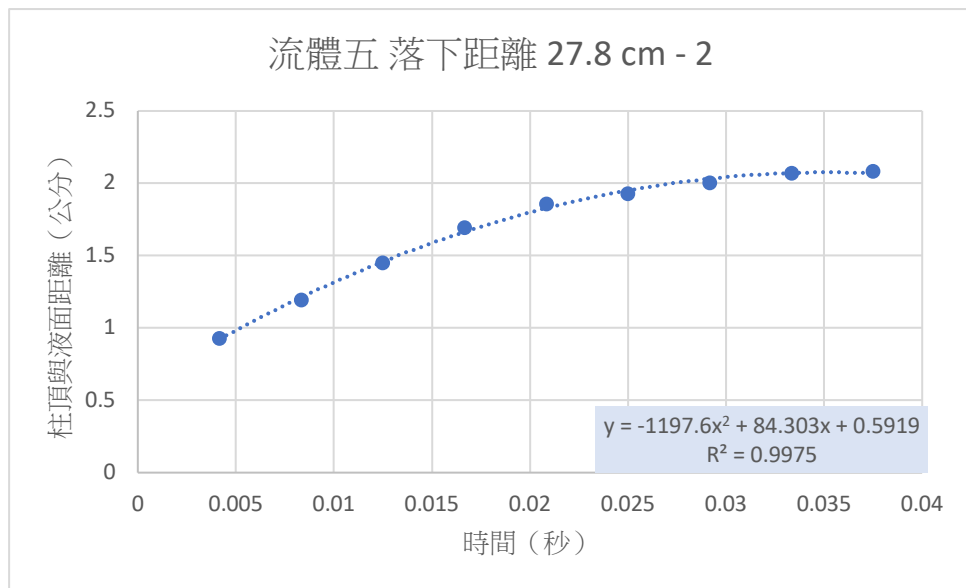
圖四十九、流體四 落下距離 27.8 cm - 2



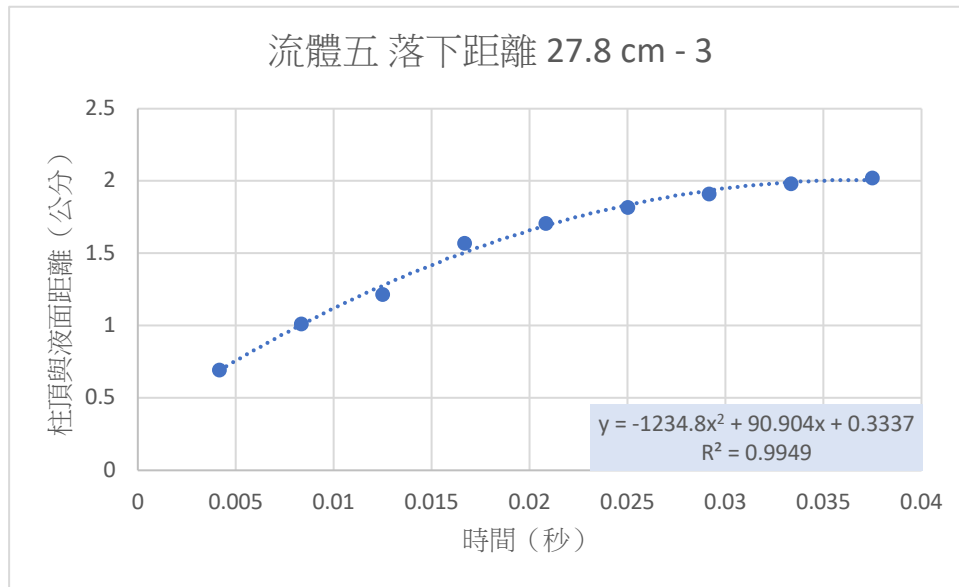
圖五十、流體四 落下距離 27.8 cm - 3



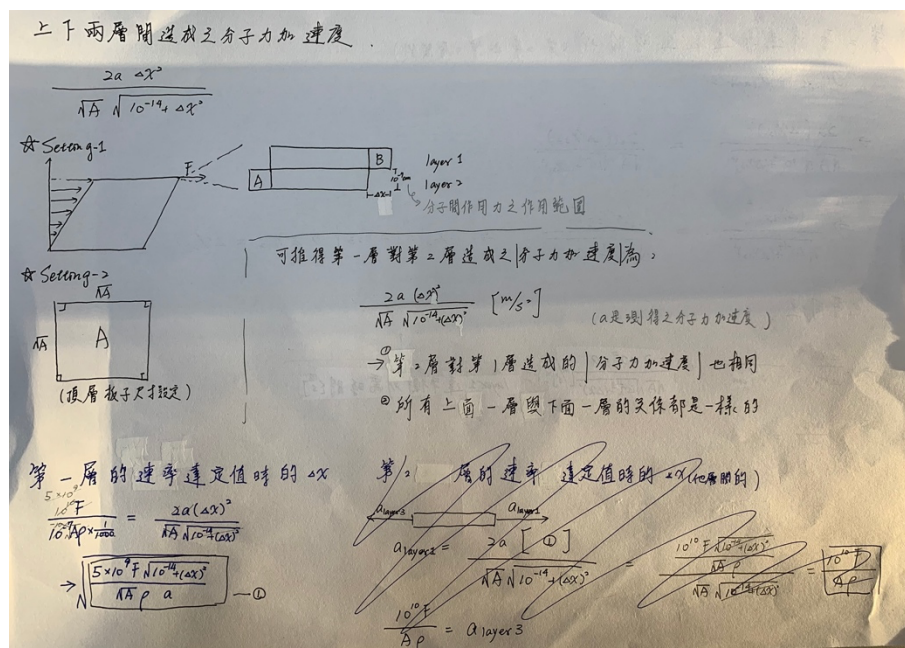
圖五十一、流體五 落下距離 27.8 cm - 1



圖五十二、流體五 落下距離 27.8 cm - 2



圖五十三、流體五 落下距離 27.8 cm - 3



圖五十四、分子力加速度與剪切黏度原稿-1

第2層的速率固定值時的 Δx (第2層和第3層間的)

$$a_{layer2} = a_{layer3}$$

$$\Rightarrow \frac{2a(\Delta x_{12})^2}{\sqrt{A} \sqrt{10^{-14}}(\Delta x_{12})^3} = \frac{2a(\Delta x_{23})^2}{\sqrt{A} \sqrt{10^{-14}}(\Delta x_{23})^3}$$

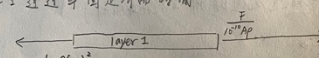
$$\Rightarrow \frac{(\Delta x_{12})^2}{\sqrt{10^{-14}}(\Delta x_{12})^3} = \frac{(\Delta x_{23})^2}{\sqrt{10^{-14}}(\Delta x_{23})^3} \rightarrow |\Delta x_{12}| = |\Delta x_{23}| \rightarrow \Delta x_{12} = \Delta x_{23}$$

他層同理.

$$\rightarrow \frac{\Delta u}{\Delta y} = \frac{1}{10^{-9}m} \times \sqrt{10} \times \frac{1}{\text{layer 2 速率固定所需時間}}$$

$$F \times \frac{\Delta u}{\Delta u} = \mu$$

計算 layer 2 速率固定所需時間



$$\frac{2a(\Delta x_{12})^2}{\sqrt{A} \sqrt{10^{-14}}(\Delta x_{12})^3}$$

$$\text{行程中 } a = \frac{F}{10^{-10}Ap} - \frac{2a(\Delta x_{12})^2}{\sqrt{A} \sqrt{10^{-14}}(\Delta x_{12})^3}$$

圖五十五、分子力加速度與剪切黏度原稿-2

第一層和第2層因 Δx 造成之作用於第2層的分力加速度

$$m_B = m_C = \left(\frac{[cm]}{\sqrt{A}} \cdot \Delta x \times 10^{-3} \times \rho \right) \times \frac{1}{10^{10}} = 10^{-10} \sqrt{A} \cdot \Delta x \cdot \rho [kg]$$

$$\frac{\left[a \cdot (m_B + m_C) \cdot \frac{\Delta x}{\sqrt{10^{-14}} \Delta x^2} \right] [N]}{\left[(A \cdot 10^{-9-10} \cdot \rho) \times \frac{1}{10^{10}} \right] [kg]} = \frac{a (2 \times 10^{-10} \sqrt{A} \cdot \Delta x \cdot \rho) \cdot \frac{\Delta x}{\sqrt{10^{-14}} \Delta x^2}}{\sqrt{A} \cdot A \cdot 10^{-10} \cdot \rho}$$

$$= \frac{2a \Delta x^2}{\sqrt{A} \cdot \sqrt{10^{-14}} \Delta x^2}$$

圖五十六、分子力加速度與剪切黏度原稿-3