

# 第十一屆旺宏科學獎

## 成果報告書

參賽編號：SA11-308

作品名稱：飛舞的磁蛇-磁鐵在非磁性金屬斜面  
滾落之特殊軌跡與週期

姓名：周亞錚

關鍵字：電磁感應、磁矩、渦電流

## 壹、研究動機

在偶然的機會下，我發現磁鐵在斜面的非磁性金屬軌道上滾落時，竟然會出現特別軌跡。(參考影片：[S形軌跡 1](#)、[S形軌跡 2](#)、[S形軌跡 3](#))一開始我聯想到高中學到的「電磁感應」，覺得這個現象是由渦電流所影響的。我簡單的推測，只要磁鐵兩側的金屬板面積不同，產生不對稱的渦電流及感應磁場，便會使磁鐵產生特殊的軌跡。經過資料蒐尋後，發現相關的實驗是從「力」的角度來解釋。於是我做了一個簡單的測試：

懸掛一個圓形的釹鐵硼磁鐵，並於下方放置一寬鋁板。

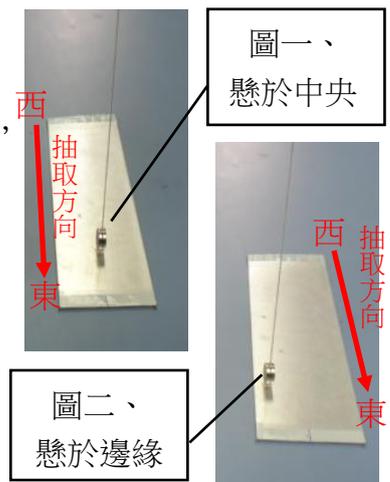
磁鐵會自動轉為東西向。首先將磁鐵懸於鋁板中央(未接觸)，

平行東西向抽取(如圖一)，發現磁鐵只會前後晃動，

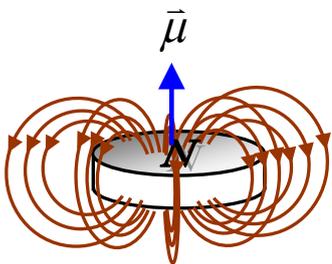
可以推測是磁通量變化所產生的阻力。

但將改為懸掛於鋁板邊緣後抽取(如圖二)，

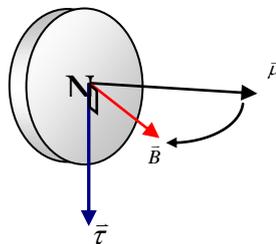
磁鐵則會先旋轉再晃動。(參考影片：[磁矩實驗](#))



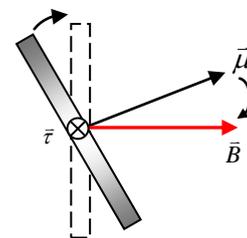
如果用力的角度來說明，便無法解釋磁鐵先轉動後晃動的現象。因此，我改用磁矩的角度來解釋：磁矩是磁鐵的一種向量物理性質。處於外磁場的磁鐵，因為  $\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}$ ，其力矩會讓磁鐵旋轉。磁矩方向即從磁鐵的 S 極指向 N 極，磁矩的大小決定於磁鐵的磁性與量值。簡單的說磁矩的方向會轉向磁場的方向，所以在合磁場不同的狀況下，磁鐵便會轉動，再因為受到感應磁場產生的阻力而前後晃動。



圖三、磁矩方向



圖四、力矩方向



圖五、旋轉

於是我以此為理論基礎，進行了以下實驗。

## 貳、研究目的

- 一、測量不同的磁鐵自各種寬度的鋁片上滾下之終端速度。
- 二、探討軌道仰角對磁鐵終端速度之影響。
- 三、探討軌道與垂直地磁方向的水平夾角對磁鐵偏移量之影響。
- 四、探討仰角和磁傾角的關係。
- 五、探討軌道的仰角對磁鐵偏移量之影響。
- 六、以不同的軌道仰角進行實驗，找出磁鐵能順利滾落而不致越出軌道時，和地磁垂直方向向上的水平夾角極限。
- 七、以先前測出數據架設不同軌道仰角和地磁垂直方向上的水平極限夾角進行實驗，觀測磁鐵在鋁板上滾落的 S 形軌跡。
- 八、探討磁鐵施放位置對滾落 S 形軌跡的影響。
- 九、探討軌道仰角對滾落 S 形軌跡的影響。
- 十、探討各種因素對 S 形軌跡週期的影響。

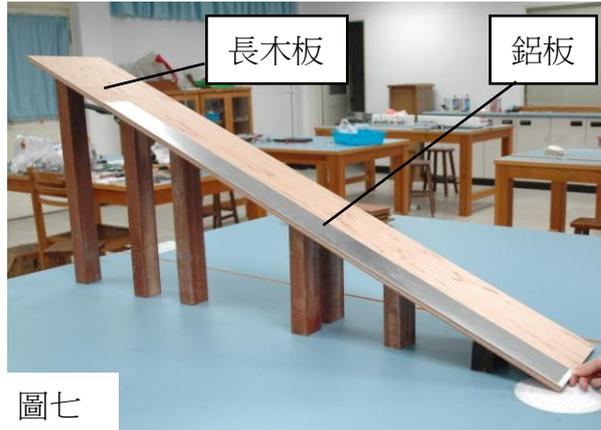
## 參、研究器材與設備

1. 長木板 2 片(長 151.5、156.6、130 公分)
2. 長鋁板 5 片(長 120 公分、寬 4、5、6、7、8 公分、厚 0.2 公分)
2. 長銅板 5 片(長 120 公分、寬 3、4、5、6、7 公分、厚 0.2 公分)
4. 釹鐵硼磁鐵 5 個(規格如表一)
5. 光電計時器一台、光電閘 4 支
6. 自製軌道及輔助工具(木塊數個、指北針、直尺、方格紙、方位盤、紙黏土)
7. 單眼相機、攝影機各一台



圖六

鋁板



圖七



圖八

攝影機

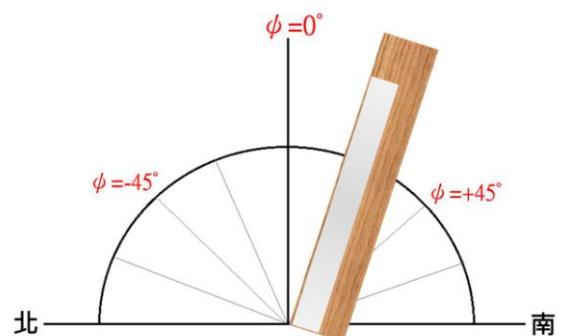
表一、磁鐵規格

磁鐵編號	1	2	3	4	5
直徑(cm)	2.50	2.00	1.30	1.18	1.45
厚度(cm)	0.45	0.45	0.50	0.60	0.60
質量(g)	18.15	11.60	4.95	4.90	7.75
磁場強度(高斯)	147	113	55	60	75
照片					

#### 肆、研究過程與方法

##### 名詞定義：

1. 將與地磁垂直的水平方向定義為  $\phi = 0^\circ$ 。末端設定一個基準點後，以該基準點為圓心，上端向北(逆時針)旋轉  $1^\circ$  定為  $\phi = -1^\circ$ ，向南(順時針)旋轉  $1^\circ$  定為  $\phi = +1^\circ$ ，以此類推。(如右圖九)



圖九、 $\phi$  示意圖

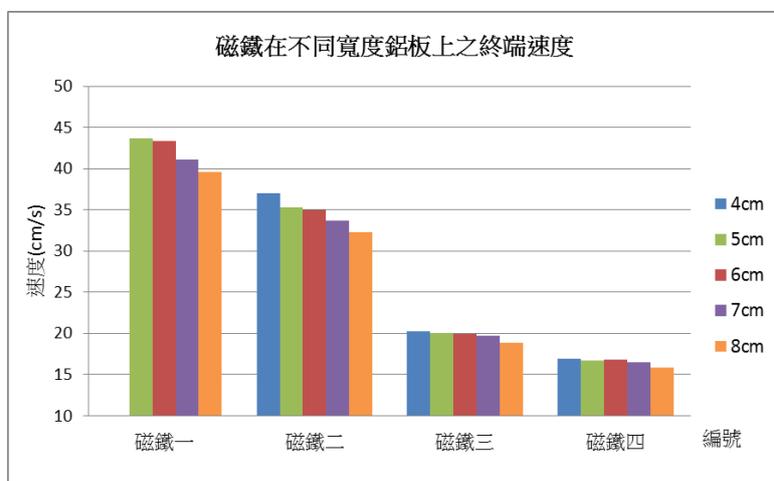
2. 將鋁板末端的寬度中央定義為偏移量 0 公分，平行  $\phi = 0^\circ$  放置時，往南方向 1 公分定為偏移 +1 公分，往北方向 1 公分定為偏移 -1 公分，以此類推。

## 實驗一：不同磁鐵自各種寬度的鋁板上滾下之終端速度

### (一)實驗步驟：

1. 將木板沿著  $\phi=0^\circ$  的方向架高仰角  $\theta=10^\circ$ ，將寬 8 公分的鋁板平行置於木板上
2. 從鋁板倒數 10 公分處起，往回每隔 15 公分架設 1 支光電閘於木板上，共架設 4 支
3. 將 1 號磁鐵自鋁板中央施放，並紀錄測量數據
4. 依序改以 2~4 號磁鐵施放，並重複步驟 4
5. 依序改為寬度 4~7 公分的鋁板後重複步驟 2~4
6. 計算並分析實驗數據

### (二)實驗結果：



圖十、磁鐵在不同寬度鋁板上之終端速度

### (三)討論：

1. 當磁鐵滾下鋁板時，由於鋁板的磁通量發生變化，形成感應電動勢，在鋁板內部產生渦電流，此渦電流所產生的磁場與磁鐵的磁場互相作用而產生阻力，若不考慮摩擦力的影響，下滑力與阻力一樣大時便會等速度滾落，此時的速度稱為終端速度。
2. 實驗數據顯示，不論是哪一顆磁鐵自各種寬度的鋁板滾落，該磁鐵通過四支等距光電閘所花的時間皆非常接近，由此可確定磁鐵在此實驗條件下已達到終端速度。
3. 從數據中可以得知，同一磁鐵隨著鋁板寬度越大，其終端速度越小。這是因為在較窄的鋁板上，產生渦電流的範圍較小，對磁鐵產生的阻力也較小，所以磁鐵會增快速度產生較大的磁通量變化量以達到終端速度。
4. 在相同寬度的鋁板上比較不同磁鐵，發現終端速度的大小為 磁鐵一 > 磁鐵二 > 磁鐵三 > 磁鐵四

鐵三 > 磁鐵四。除了質量的因素外，直徑越小的磁鐵越接近鋁板表面，所以當磁鐵滾落鋁板時磁通量變化會更明顯，形成的阻力越大，終端速度也就越慢。

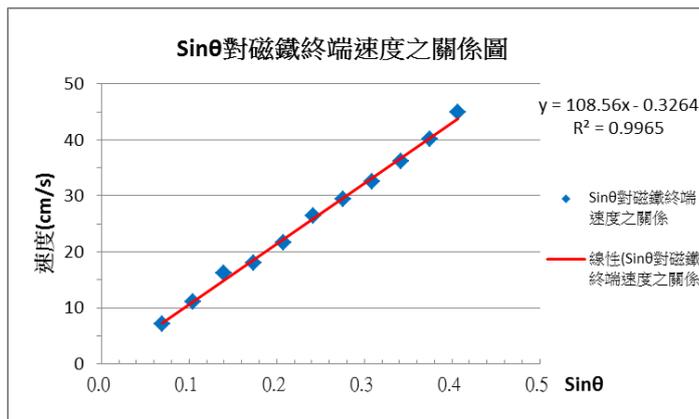
5. 從以上的實驗，我們發現寬度越寬的鋁板，以及直徑越小的磁鐵，越容易到達其終端速度，所以接下來我們利用磁鐵四以及寬 8cm 的鋁板來進行以下實驗。

## 實驗二：探討軌道仰角對磁鐵終端速度之影響

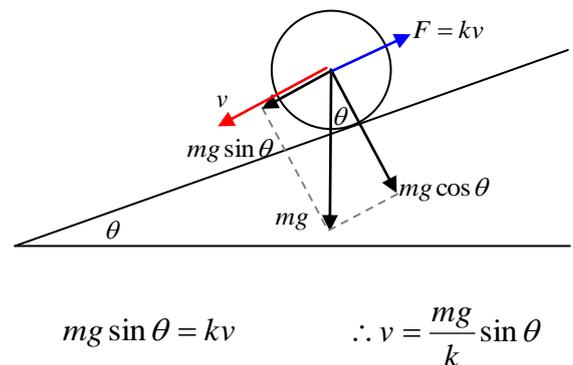
### (一)實驗步驟：

1. 將木板沿著  $\phi = 0^\circ$  的方向架高仰角  $\theta = 4^\circ$ ，將寬 8 公分的鋁板平行置於木板上
2. 從鋁片倒數 10 公分處起，往回每隔 15 公分架設 1 支光電閘，共 4 支
3. 將 4 號磁鐵自鋁板中央施放，並紀錄測量數據
4. 依序改變仰角  $\theta = 6^\circ、8^\circ、10^\circ、\dots、24^\circ$ ，並重複步驟 1~3，分析討論測量數據

### (二)實驗結果：



圖十一、仰角正弦值與終端速度之關係圖



圖十二、仰角與終端速度關係示意圖

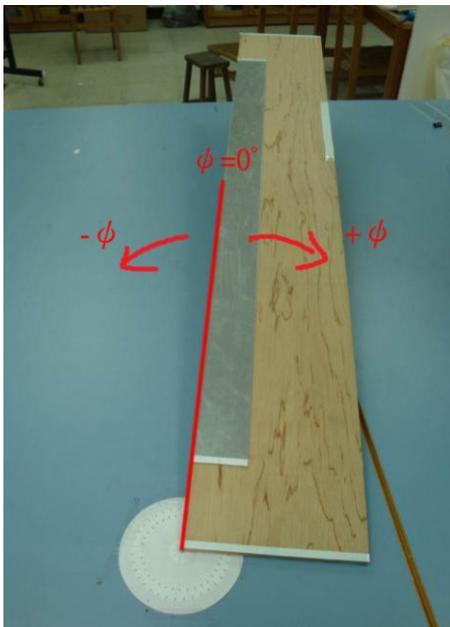
### (三)討論：

1. 從數據可以得知，軌道仰角愈大，磁鐵之終端速度也隨之增快，其感應磁場所產生的阻力與速度成正比。進行線性分析後，得到軌道仰角的正弦函數與磁鐵終端速度之線性關係式  $y = 108.56x - 0.3264$ 。在爾後實驗中，便可以此進行更多物理量的分析。
2. 磁鐵移動速度越快，對鋁板產生的磁通量變化越大，感應電流也越大，其感應磁場對磁鐵產生的阻力也就越大。所以不考慮摩擦力時，隨著鋁板仰角的增加，磁鐵下滑力越大，需要提高速度來增加感應磁場所產生的阻力，才能達到終端速度。

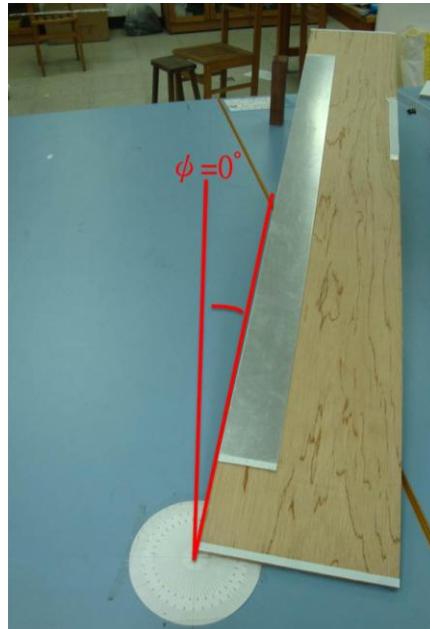
### 實驗三：探討 $\phi$ 對磁鐵偏移量之影響

#### (一)實驗步驟：

1. 將木板沿著  $\phi=0^\circ$  的方向(如圖十七)架高仰角  $\theta=10^\circ$
2. 在寬 8 公分的鋁板兩端各貼上方格紙作為判讀依據，並平行置於木板上
3. 將 4 號磁鐵由中央施放，滾落至鋁板下方時，拍下磁鐵於方格紙刻度上的偏移位置
4. 依序改變  $\phi=+5^\circ、+10^\circ、+15^\circ\cdots\cdots$ (如圖十八)，並重複步驟 1~3 直到磁鐵滾出軌道
5. 依序改變  $\phi=-5^\circ、-10^\circ、-15^\circ\cdots\cdots$ ，並重複步驟 1~3 直到磁鐵滾出軌道
6. 判讀數據並加以分析討論

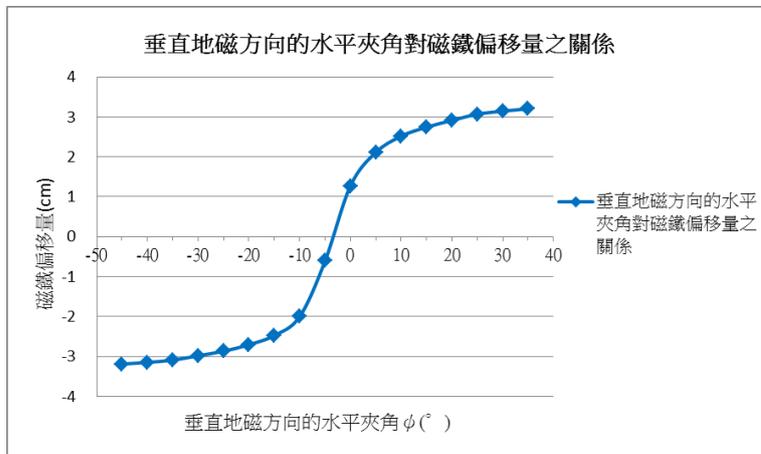


圖十三、以  $\phi=0$  為基準旋轉軌道



圖十四、改變不同的  $\phi$  角

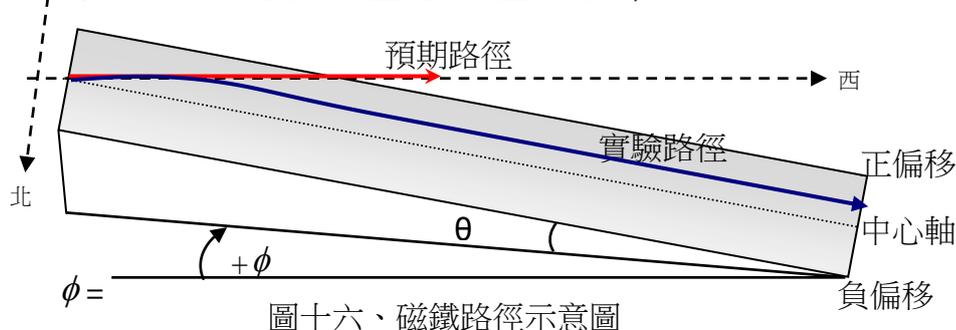
#### (二)實驗結果：(單位：公分)



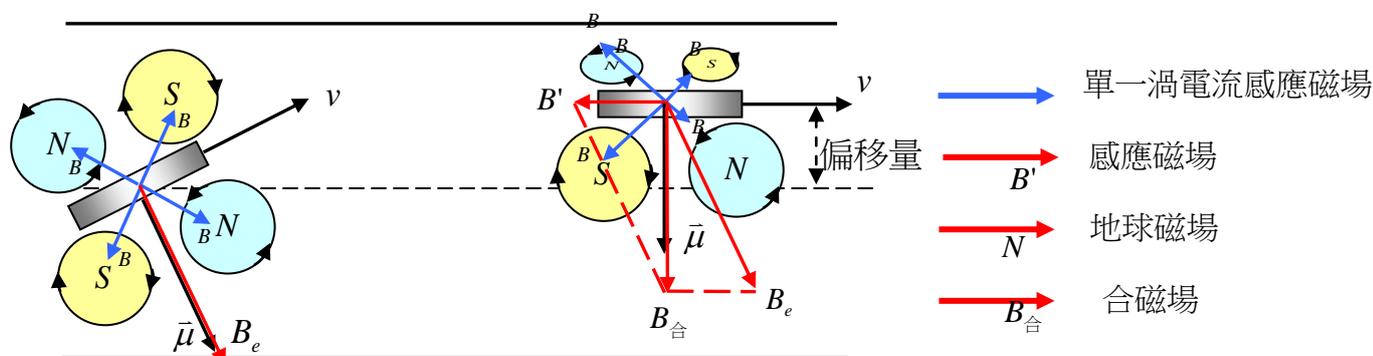
圖十五、 $\phi$  角與磁鐵偏移量之關係圖

(三)討論：

1. 將鋁板旋轉 $\phi$ 角後，本以為磁鐵會順著垂直地磁的方向滾出鋁板，但卻發現磁鐵順著垂直地磁的方向滾動一小段距離後，竟然會平行鋁板滾落(如圖十六)。此時磁鐵會偏移一段距離，因此想要測量此偏移量與旋轉 $\phi$ 角的關係。

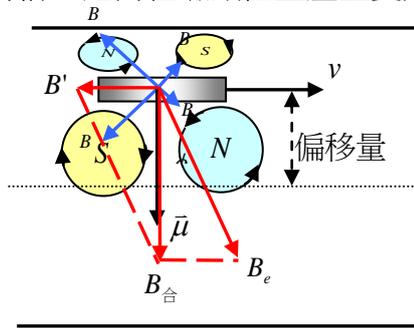


2. 由於我們自鋁板中央施放磁鐵，但統一由北側拍攝磁鐵在方格紙上的刻度，所以修正後的磁鐵偏移量為實驗照片判讀結果加上 0.3 公分(磁鐵厚度的一半)。
3. 實驗過程中由觀察發現， $\phi$  往正的方向旋轉時，磁鐵滾落時往正方向偏移，反之則相反，且磁鐵由中央逐漸滾向平衡方向後，便以平行鋁板的方向直線滾落。其中軌道和 $\phi=0^\circ$ 的夾角越大，磁鐵的偏移量也越大。

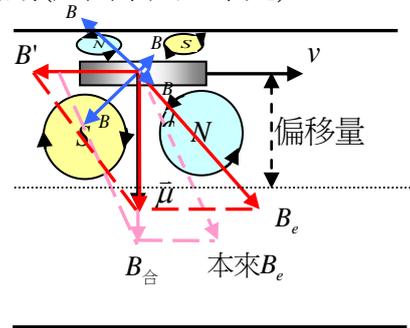


4. 關於這個現象，可以從磁矩的角度解釋：當磁鐵自鋁板中央滾落時(如圖十七)，四個方位的渦電流在磁鐵位置所造成感應磁場大約為零，磁矩偏向地磁，磁鐵便會往垂直地磁的方向滾下。但接近鋁板的邊緣時，因為磁鐵兩邊的鋁板面積不同，兩側所造成的渦電流大小不同，會在磁鐵處產生一個磁場  $B'$ 。感應磁場  $B'$  與地磁產生一個合磁場，此合磁場恰指向垂直鋁板方向，所以磁鐵會平行鋁板滾下。

5. 若旋轉的 $\phi$ 越大，即地磁方向與垂直鉛板方向的夾角更大，磁鐵需要更大感應磁場才會讓最後的合磁場指向垂直鉛板的方向，所以磁鐵會偏移的更大讓兩側渦電流更不對稱，進而在磁鐵位置產生更大的感應磁場(如圖十八、十九)。



圖十八、旋轉的 $\phi$ 小



圖十九、旋轉的 $\phi$ 大

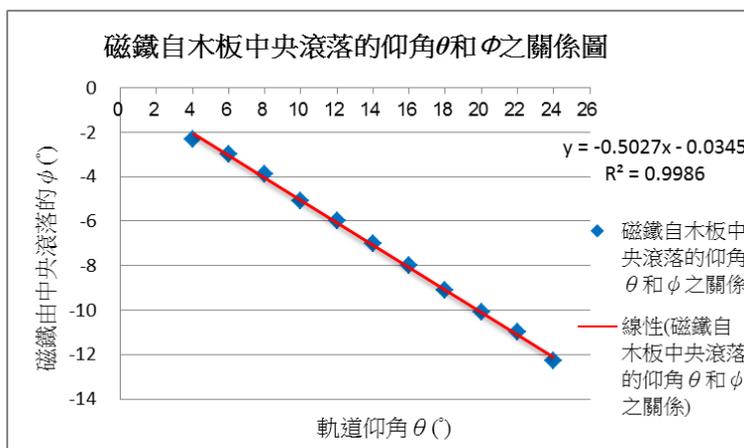
6. 將磁鐵偏移量和 $\phi$ 的數據製圖後，發現了圖形的不對稱性，而且 $\phi=0^\circ$ 時，磁鐵已有明顯的偏移。我試圖找出磁鐵不會偏離軌道中央的 $\phi$ 角，多方嘗試後發現 $\phi=-3.5^\circ$ 時，磁鐵滾落後才會維持在軌道中央。我一度以為是桌面上的水平地磁量錯方向，但再次確認無誤後，為了探討此現象，於是接著進行以下的實驗。

#### 實驗四：探討磁鐵自木板中央滾落之仰角和 $\phi$ 的關係

##### (一)實驗步驟：

1. 將木板架沿 $\phi=0^\circ$ 架高仰角 $\theta=4^\circ$ ，4號磁鐵從木板中央施放
2. 調整木板 $\phi$ 直到磁鐵能沿木板中央直線滾落，紀錄能從木板中央滾落的仰角及 $\phi$
3. 改變仰角 $\theta=6^\circ、8^\circ、10^\circ、\dots、24^\circ$ ，並重覆步驟2
4. 分析並探討磁鐵自木板中央滾落之仰角和 $\phi$ 的關係

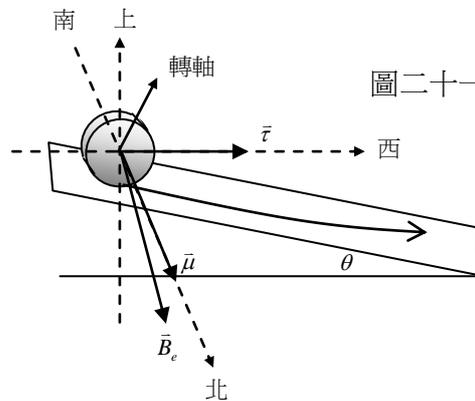
##### (二)實驗結果：



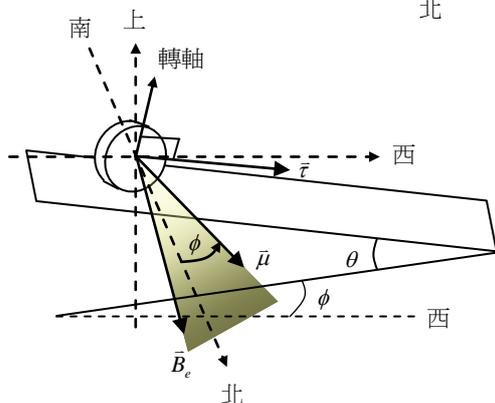
圖二十、磁鐵自木板中央滾落之仰角和 $\phi$ 的關係圖

(三)討論：

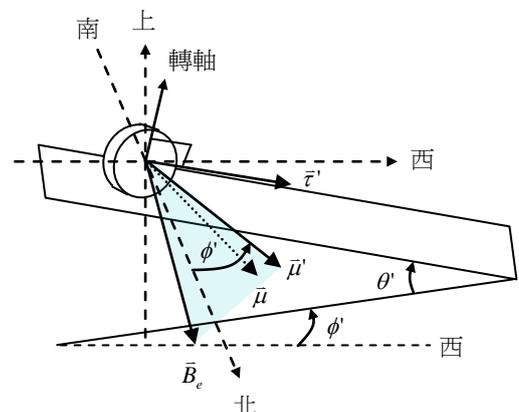
1. 為了避免上一個實驗發現的偏移是鋁板所造成，實驗四中只使用木板軌道。而當仰角提高後，磁鐵的偏移量明顯增加，甚至提前滾出軌道，測量不易，於是想到可以旋轉木板  $\phi$  角讓磁鐵從中央滾落，藉由探討磁鐵自木板中央滾落之仰角和  $\phi$  的關係，回推磁傾角和仰角的關係。
2. 從擬合方程式  $\phi = -0.5027\theta - 0.0345$  可知， $\theta$  和  $\phi$  兩者量值近乎成正比。也就是說當斜面仰角每增加  $2^\circ$ ， $\phi$  須往負方向約調整  $1^\circ$ 。
3. 因為台灣位於北半球地磁方向偏下，當磁鐵在斜面由東向西下滑時(如圖二十一)，其磁鐵所受地磁所造成的力矩指向西邊，此力矩除了容易讓磁鐵向北邊傾倒外，也會讓磁鐵以垂直斜面為轉軸，逆時針偏轉(俯視)。將磁鐵和木板以逆時針將底部向南邊偏轉時(如圖二十二)，磁矩也水平偏轉  $\phi$  角，地磁所造成的力矩  $\vec{\tau}$  將偏南亦偏下方，若此時  $\vec{\tau}$  方向正好平行斜面，磁鐵將不會以垂直斜面為轉軸旋轉，也就不會偏移了。
4. 隨著仰角的增加(如圖二十三)，為了讓力矩的方向仍平行斜面使磁鐵不會偏轉，其斜面  $\phi$  角也就要跟著增加。也就是說，仰角大時，磁傾角的影響更為明顯，相對要調整的  $\phi$  角便增加。



圖二十一、 $\phi = 0^\circ$  受磁傾角影響示意圖



圖二十二、旋轉  $\phi$  角後

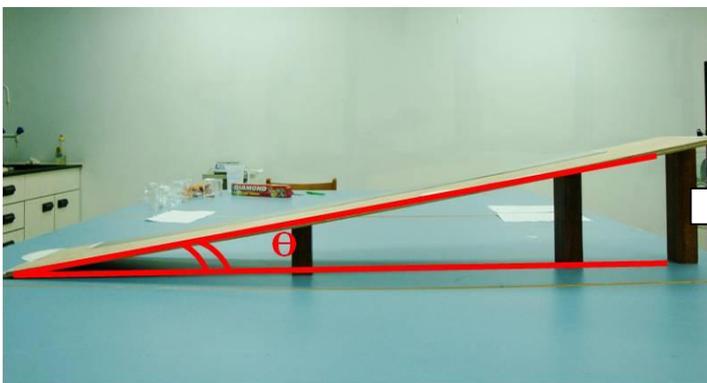


圖二十三、旋轉  $\phi$  角增加時

## 實驗五：探討軌道的仰角對磁鐵偏移量之影響

### (一)實驗步驟：

1. 將木板沿著  $\phi=0^\circ$  的方向架高仰角  $\theta=2^\circ$ ，並將寬 8 公分的鋁板平行置於木板上方
2. 將 4 號磁鐵自鋁板中央施放
3. 逐一往負方向旋轉軌道後再次施放磁鐵，重覆步驟直到磁鐵恰要滾出鋁板
4. 得到  $\theta=2^\circ$  時，磁鐵能順利滾落而不會滾出鋁板的極限  $\phi=-14^\circ$
5. 以  $\phi=-14^\circ$  為基準，調整軌道的仰角  $\theta=4^\circ$ ，施放磁鐵，並拍下磁鐵滾落的偏移位置
6. 依序改變  $\theta=6^\circ、8^\circ、\dots、24^\circ$ ，並重複步驟 5
7. 承步驟 2，逐一往正方向旋轉軌道後再次施放磁鐵，重覆步驟直到磁鐵恰要滾出鋁板
8. 得到  $\theta=2^\circ$  時，磁鐵能順利滾落而不會滾出鋁板的極限  $\phi=+15^\circ$
9. 以  $\phi=+15^\circ$  為基準，調整自製軌道的仰角  $\theta=4^\circ$ ，施放磁鐵，並下磁鐵滾落的偏移位置
10. 依序改變  $\theta=6^\circ、8^\circ、\dots、24^\circ$ ，並重複步驟 10~11
11. 判讀數據並加以分析討論

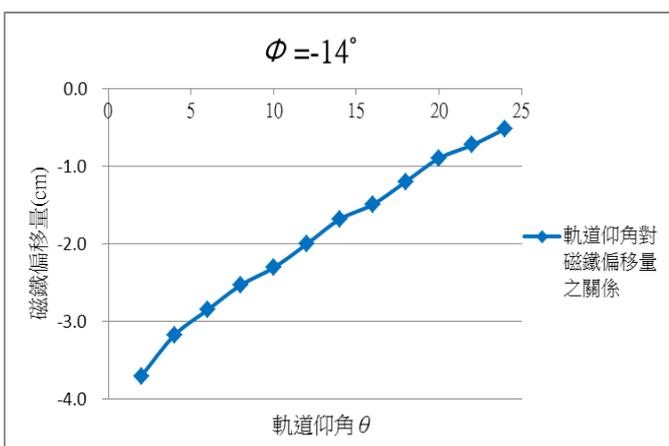


圖二十四、從不同仰角 $\theta$  施放磁鐵

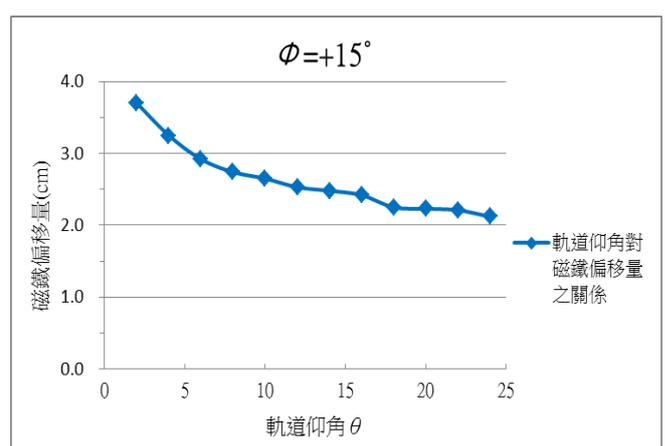


圖二十五、判讀磁鐵偏移量

### (二)實驗結果：



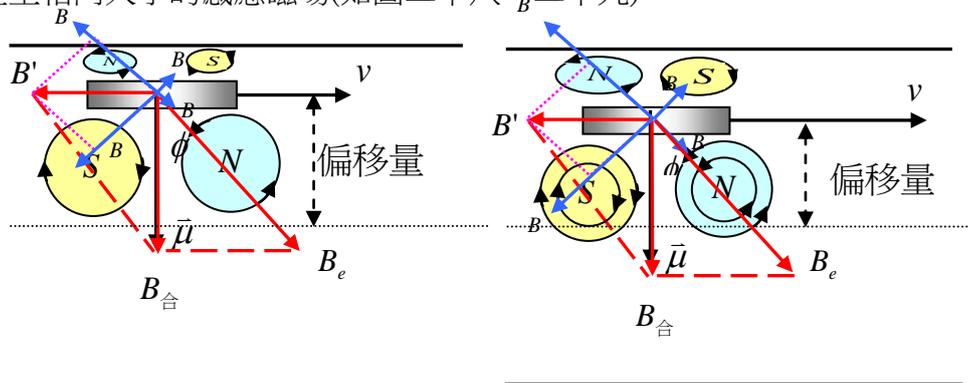
圖二十六、 $\phi=-14^\circ$



圖二十七、 $\phi=15^\circ$

(三)討論：

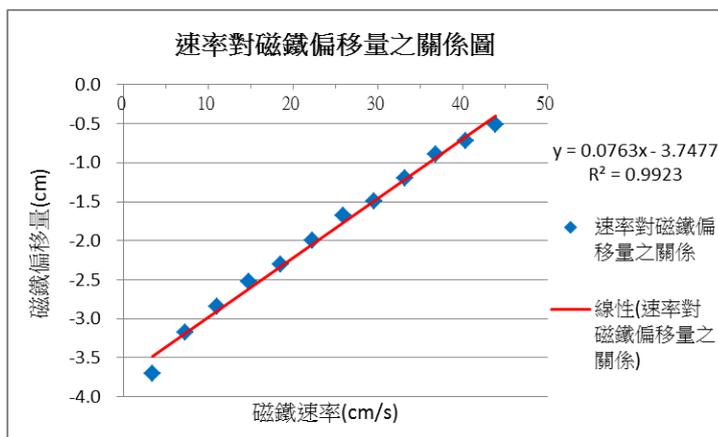
1. 隨著仰角增加磁鐵偏移量逐漸減少，且  $\phi = -14^\circ$ ，仰角  $\theta = 24^\circ$  時偏移量已接近 0 公分。
2. 仰角  $\theta$  增加時磁鐵滾動的速率也隨之增加，和實驗數據相配合下，我們推測當磁鐵速率越大時，產生渦電流也越大，所以磁鐵也就不需要太大偏移量就可以在磁鐵處產生相同大小的感應磁場(如圖二十八、二十九)。



圖二十八、仰角  $\theta$  較小時

圖二十九、仰角  $\theta$  較大時

3. 計算實驗數據並作圖，我們發現  $\phi = -14^\circ$  時，磁鐵速率和磁鐵偏移量呈線性關係(如圖三十五)。且磁鐵的速率越大，偏移鋁板中軸線的距離越小。



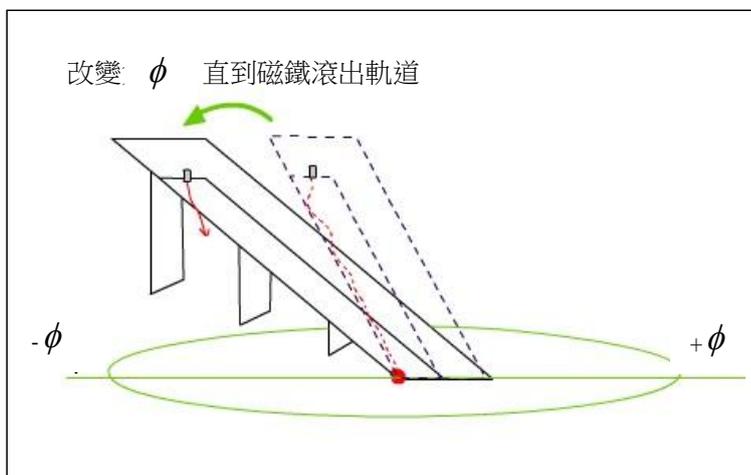
圖三十、磁鐵速率和偏移量之關係圖

4. 受到磁傾角的影響，我們發現  $\phi = -14^\circ$  與  $\phi = +15^\circ$  的實驗結果明顯不對稱(如圖二十六、二十七)。 $\phi = -14^\circ$  時，隨著仰角增加，磁鐵偏移量遞減至接近 0 公分； $\phi = +15^\circ$  時，隨著仰角增加，偏移量雖逐漸減少，但最終趨近於 2 公分，且其偏移量變化的幅度不如  $\phi = -14^\circ$  時明顯。

**實驗六：以不同的軌道仰角 $\theta$  進行實驗，找出磁鐵能順利滾落而不致越出軌道的極限 $\phi$**

(一)實驗步驟：

1. 承實驗五，將木板沿著 $\phi = -14^\circ$ 的方向架高仰角 $\theta = 4^\circ$ ，平行木板放置寬 8 公分的鋁板
2. 將 4 號磁鐵自鋁板中央施放
3. 確定磁鐵不會滾出鋁板後，每次往負方向旋轉軌道  $1^\circ$ 直到磁鐵滾出鋁板(如圖三十六)
4. 紀錄 $\theta = 4^\circ$ 時，磁鐵滾出鋁板前一次的，即為此仰角 $\theta$  下 $\phi$ 的極限
5. 改變仰角 $\theta = 6^\circ、8^\circ、10^\circ、\dots、24^\circ$ ，沿用前一次的 $\phi$ ，並重複步驟 2~4
6. 分析討論實驗數據



圖三十一、實驗示意圖

(二)實驗結果：

$\theta$	$2^\circ$	$4^\circ$	$6^\circ$	$8^\circ$	$10^\circ$	$12^\circ$	$14^\circ$	$16^\circ$	$18^\circ$	$20^\circ$	$22^\circ$	$24^\circ$
$\phi$	$-14^\circ$	$-34^\circ$	$-37^\circ$	$-40^\circ$	$-45^\circ$	$-50^\circ$	$-53^\circ$	$-54^\circ$	$-55^\circ$	$-58^\circ$	$-61^\circ$	$-62^\circ$

(三)討論：

1. 從前一個實驗已知，當磁鐵滾下的速度越快時，磁鐵偏移量越小。因此仰角增加時，磁鐵較不會掉出鋁板外，所對應的極限 $\phi$ 也隨著增加。也就是說，當我們發現磁鐵會滾出鋁板時，應該要增加鋁板的仰角或減少 $\phi$ 角。
2. 從數據中我們發現，即使磁鐵的磁矩和水平地磁夾角(也就是 $\phi$ 角)高達 62 度，只要滾動的速度夠快，磁鐵也能夠沿著鋁板滾下。
3. 仰角 $\theta = 2^\circ \sim 4^\circ$ 之間的極限 $\phi$ 差距較大，其餘的差距則較為穩定，這是因為斜面仰角過

小時，磁鐵下滑力，產生的速度較小，所以渦電流及感應磁場均很小，相對的摩擦力的影響就變得很大。

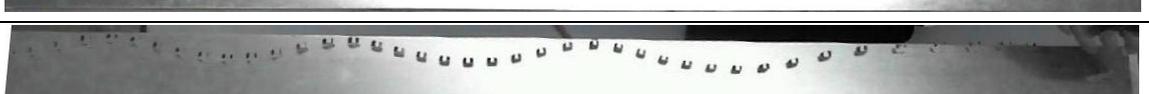
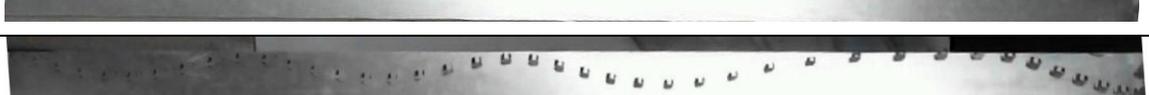
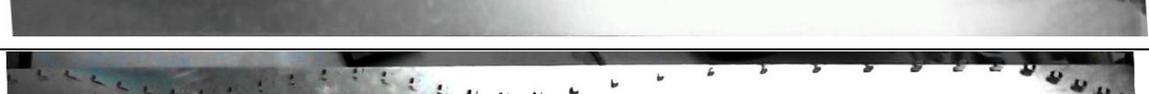
4. 實驗的同時觀察磁鐵滾動路徑，我們赫然發現一個特別的現象。當鋁板仰角 $\theta \geq 14^\circ$ 時，配合該仰角之極限 $\phi$ 角，磁鐵竟然會穩定沿著 S 形路徑滾落，此特別的現象我們會在下一個實驗加以討論。

### 實驗七：以不同的軌道仰角 $\theta$ 和極限 $\phi$ ，觀測磁鐵在鋁板上滾落的 S 形軌跡

#### (一)實驗步驟：

1. 承實驗六，將木板沿著 $\phi = -53^\circ$ 的方向架高仰角 $\theta = 14^\circ$ ，平行木板放置寬 8 公分的鋁板
2. 將 4 號磁鐵自鋁板中央施放，在軌道正上方架設高速攝影機，拍下磁鐵滾動的軌跡
3. 改變仰角 $\theta = 16^\circ、18^\circ、\dots、24^\circ$ ，並配合實驗六所得該仰角 $\theta$  之極限 $\phi$ ，重複步驟 1~3
4. 計算並分析比較軌跡差異

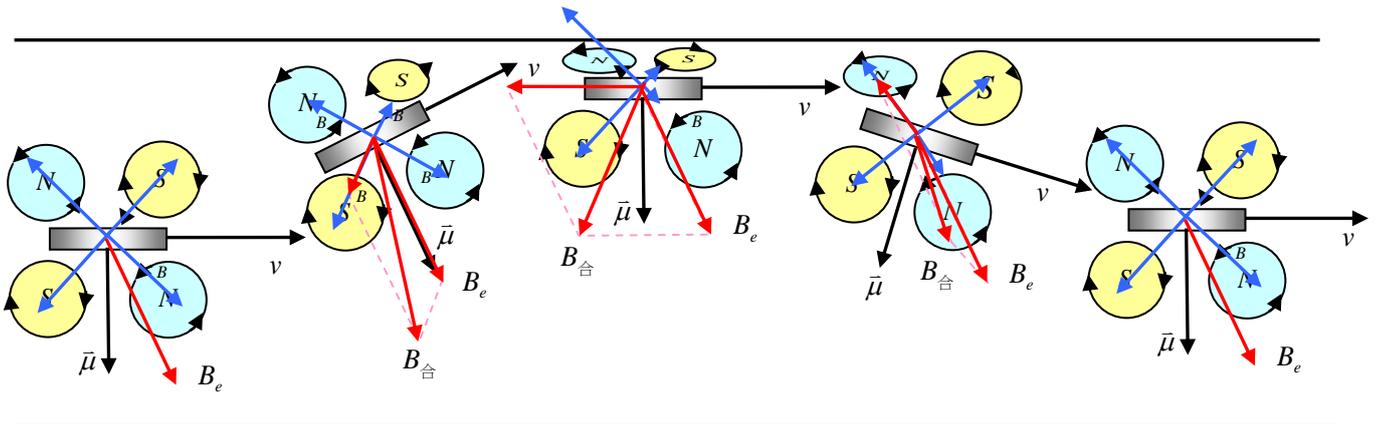
#### (二)實驗結果：

鋁寬 8 公分		
$\theta$	$\phi$	實驗照片
$14^\circ$	$-53^\circ$	
$16^\circ$	$-54^\circ$	
$18^\circ$	$-55^\circ$	
$20^\circ$	$-58^\circ$	
$22^\circ$	$-61^\circ$	
$24^\circ$	$-62^\circ$	

#### (三)討論：

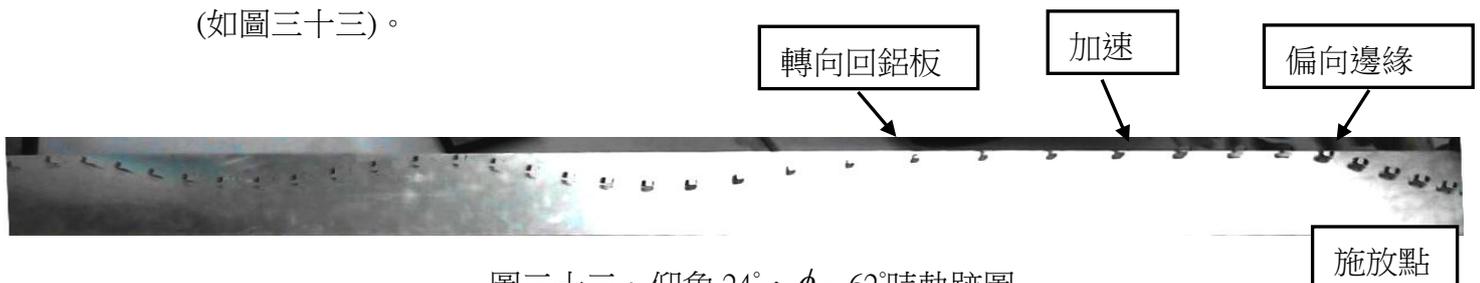
1. 以上為利用免費軟體 tracker 分析所拍到的照片，照片右方為施放處，當仰角大於  $14^\circ$  時，磁鐵便會出現如上圖的 S 形運動軌跡，且仰角越大，振幅越明顯。

2. 透過下面的示意圖(圖三十二)可以說明發生 S 形軌跡運動的原因。施放磁鐵時，水平地磁會讓磁鐵偏向鉛板邊緣，而感應磁場和地磁的合磁場則會讓磁鐵轉至平行鉛板的方向上。磁鐵平行鉛板時最接近鉛板邊緣，幾乎只剩下一側的鉛板會產生渦電流，磁鐵處的感應磁場有最大值，讓合磁場給磁矩產生一個較大的力矩，使磁鐵再度偏回鉛板中線方向。而此時地磁的影響將再度加大，磁鐵又會偏向鉛板邊緣，如此週期性的運動，有如小球在地面彈跳一般的軌跡。



圖三十二、極限  $\phi$  角時震盪情形示意圖

3. 磁鐵要以此 S 形軌跡滾落有一個必要條件：當磁鐵在鉛板最邊緣時，要有夠大的感應磁場，如此合磁場才能使磁矩有較大的力矩讓磁鐵再轉回鉛板。也就是說，為了使感應磁場夠大，必須要配合較大的仰角，以及夠大的  $\phi$  角，才有機會出現 S 形軌跡運動。若  $\phi$  角太小，無法使磁鐵有足夠的偏移量(即接近鉛板邊緣)，就會像實驗三，磁鐵最終平行於鉛板滾下。
4. 在圖片中我們發現了一個有趣的現象。當仰角  $24^\circ$ ， $\phi = -62^\circ$  時，因為  $\phi$  過大，地磁讓磁鐵很快偏向鉛板邊緣，但是因為時間過短尚未達終端速度，在速度不夠快的情況下，沒有足夠的感應磁場產生夠大的力矩使磁鐵偏回鉛板中央。隨著速度慢慢增大，感應磁場也隨之增大，一旦速度夠大，磁鐵突然轉向回鉛板，之後便有 S 形軌跡出現(如圖三十三)。

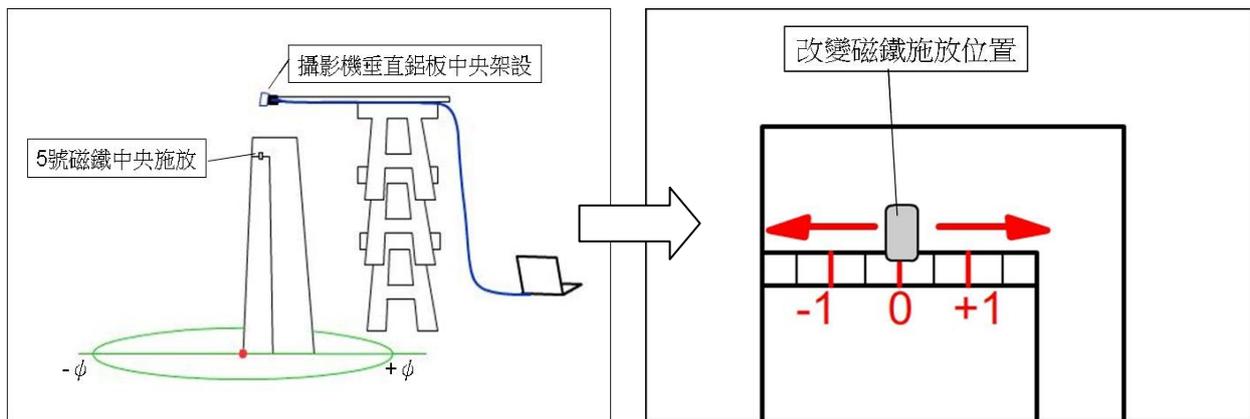


圖三十三、仰角  $24^\circ$ ， $\phi = -62^\circ$  時軌跡圖

## 實驗八：探討磁鐵施放位置對滾落 S 形軌跡的影響

### (一)實驗步驟：

1. 將木板沿著  $\phi = 0^\circ$  的方向架高仰角  $\theta = 15^\circ$ ，並將寬 4 公分的鋁板置於上方
2. 將 5 號磁鐵自鋁板中央施放，並以攝影機拍下滾落軌跡
3. 將磁鐵的施放位置每次改變 0.5 公分直到鋁板邊緣，並重複步驟 2
4. 將鋁板寬度依序改為 5 公分、6 公分，並重複步驟 2~3
5. 計算並分析比較軌跡差異



圖三十四、實驗示意圖

### (二)實驗結果

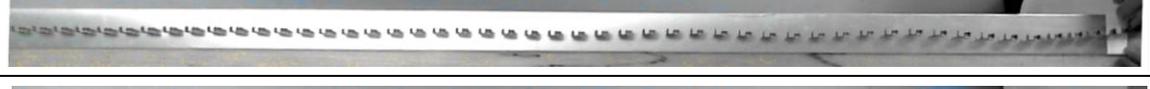
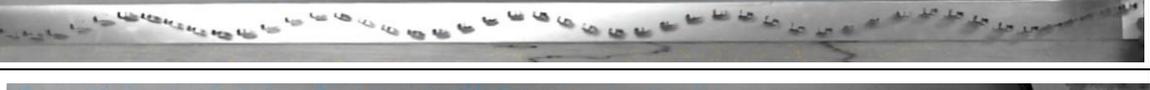
#### 1. 鋁寬 6 公分

施放位置 (cm)	實驗照片
正邊緣	
負邊緣	

#### 2. 鋁寬 5 公分

施放位置 (cm)	實驗照片
正邊緣	
負邊緣	

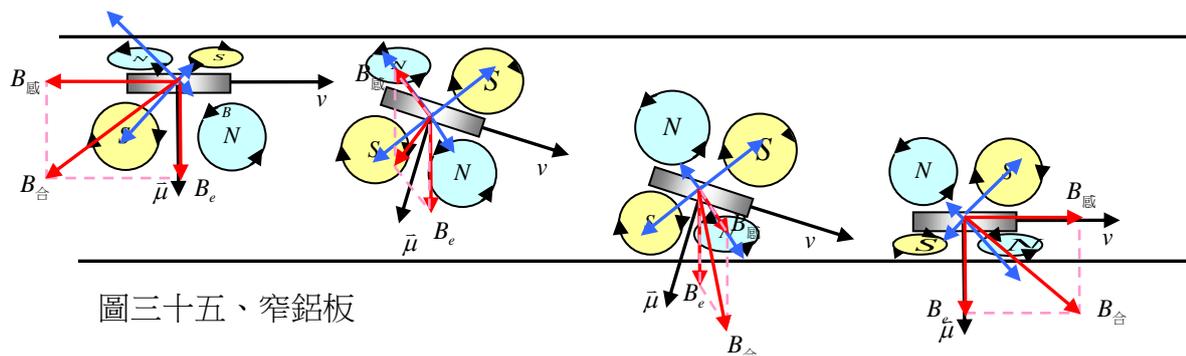
### 3. 鋁寬 4 公分

施放位置 (cm)	實驗照片
+1.7 (鋁板邊緣)	
+1.5	
+1	
+0.5	
0	
-0.5	
-1	
-1.5	
-1.7 (鋁板邊緣)	

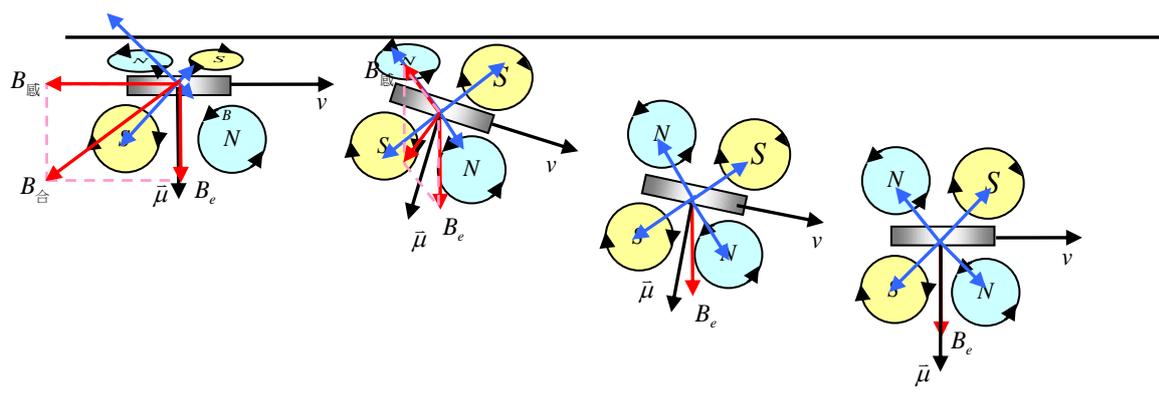
#### (三)討論：

1. 在實驗七發現磁鐵奇特的運動軌跡後，我嘗試其它方式來改變磁鐵移動路徑。已知磁鐵最靠近邊緣且速度夠快時，感應磁場有最大值。所以我選用較窄的鋁板，並且選擇較大的仰角，尋找是否在  $\phi=0^\circ$ ，會出現 S 形軌跡運動。
2. 選用 4、5、6 公分寬的鋁板，發現均出現 S 形路徑。當施放位置離中央愈遠，振幅越大，S 形軌跡也愈明顯。往負方向偏移施放時，S 形軌跡較往正方向偏移時明顯，由前面的實驗已知是因為磁傾角所造成的現象：因為 S 形的平衡位置往正方向偏移，對負偏移位置施放的磁鐵而言，一開始即有比較大的振幅，因此 S 形振動較為明顯。
3. 使用寬 4 公分的鋁板時，只有在偏移中央  $\geq +1.5$  或  $\leq -1$  公分施放時，磁鐵可以持續以 S 形軌跡滾落，否則磁鐵最終會沿平衡方向直線滾落。使用寬 5 和 6 公分的鋁板時，即使沿著鋁板邊緣施放，雖然一開始有 S 形運動，最後仍會趨向中央直線滾落。

4. 換至鋁板 6 公分後，S 形軌跡開始變得非常不明顯，以此推論更大的鋁板，現象也就更不明顯了。這是因為 4 公分鋁板較窄(如圖三十五)，當磁鐵在上面來回振盪時，磁鐵兩側的渦電流會明顯不對稱，讓合磁場來回擺動，磁鐵也就跟來回擺動，像是簡諧振盪一般。若鋁板過大(如圖三十六)，當磁鐵被推回鋁板時，磁鐵兩側的渦電流對稱，此時地磁就掌控主導權，將磁鐵的速度方向偏向水平地磁的垂直方向。所以太寬的鋁板不易觀察到 S 形軌跡。



圖三十五、窄鋁板



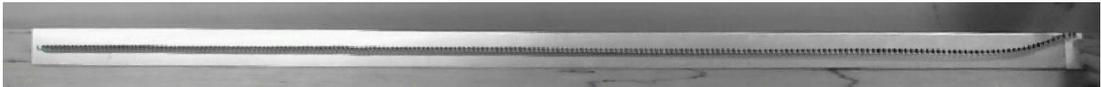
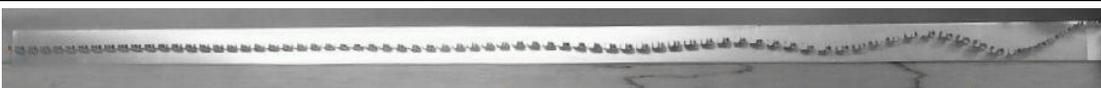
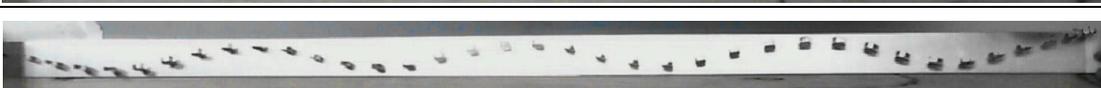
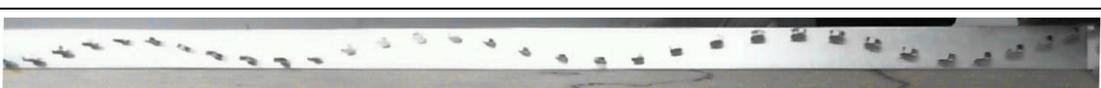
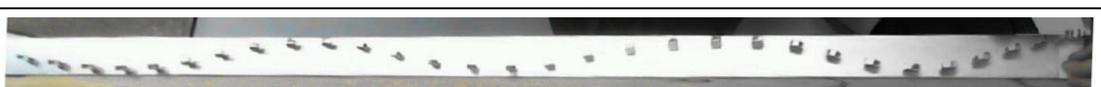
圖三十六、寬鋁板

### 實驗九：探討軌道仰角 $\theta$ 對滾落 S 形軌跡的影響

(一)實驗步驟：

1. 將木板沿著 $\phi = 0^\circ$ 的方向架高仰角 $\theta = 4^\circ$ ，並將寬 4 公分的鋁板置於上方
2. 將 5 號磁鐵自負方向的鋁板邊緣施放，以高速攝影機拍下磁鐵滾落的軌跡
3. 改變仰角 $\theta = 6^\circ、8^\circ、\dots、24^\circ$ ，並重複步驟 2
4. 計算並分析比較軌跡差異

(二)實驗結果：

軌道仰角 $\theta$	實驗照片
4°	
6°	
8°	
10°	
11°	
12°	
13°	
14°	
15°	
16°	
17°	
18°	
19°	
20°	
21°	
22°	
23°	
24°	

(三)討論：

1. 如實驗七、八所討論的，必須要在仰角較大時，其 S 形軌跡才會比較明顯，而 4cm 鋁板在仰角大於 15°後，其 S 形軌跡已相當明顯。
2. 當仰角過小時，即使磁鐵一開始放置的位置偏移量為最大值，仍因終端速度過小導致感應磁場過小，使得地磁的影響較為明顯，磁鐵移動路徑很快的就趨於一直線。隨著角度的增加，磁鐵振盪會越來越明顯。由此可知速度要夠大，才能夠讓感應磁場的影響大於地磁的影響。

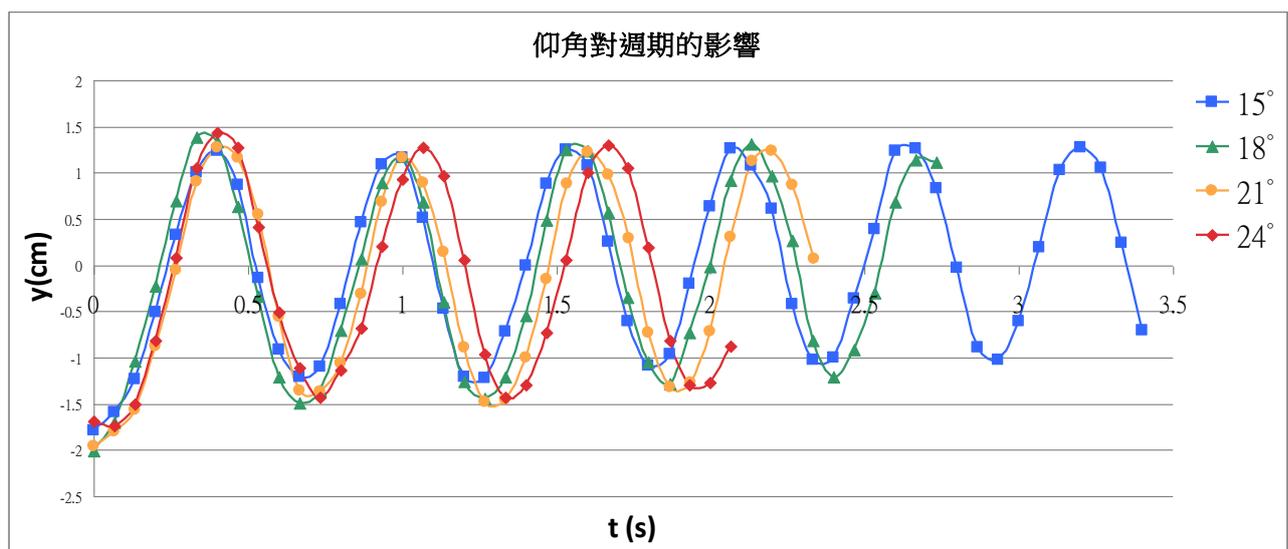
實驗十：探討各種因素對滾落 S 形軌跡之週期的影響

實驗 10-1：探討軌道仰角 $\theta$  對滾落 S 形軌跡之週期的影響

(一)實驗步驟：

1. 將木板沿著 $\phi=0^\circ$ 的方向架高仰角 $\theta=13^\circ$ ，並將寬 4 公分的鋁板置於上方
2. 將 5 號磁鐵自負方向的鋁板邊緣施放，以高速攝影機拍下磁鐵滾落的軌跡
3. 改變仰角 $\theta=14^\circ、15^\circ、\dots、25^\circ$ ，並重複步驟 2
4. 計算並分析比較軌跡週期的差異

(二) 實驗結果：



圖三十七、仰角對週期的影響

(三)討論：

1. 利用實驗九中得到的數據進行分析，將磁鐵的 Y 方向位移與時間關係製圖後，可以發

現磁鐵滾動的 S 形軌跡週期，會隨著仰角提高而逐漸增加。

2. 從整體來看可以發現每個曲線都有往正方向偏移的趨勢，這是受磁傾角影響的緣故。

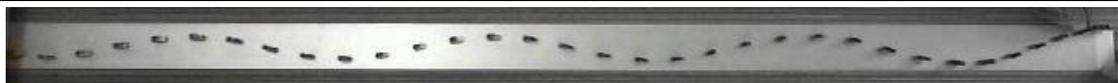
### 實驗 10-2：探討鋁板寬度對滾落 S 形軌跡之週期的影響

(一)實驗步驟：

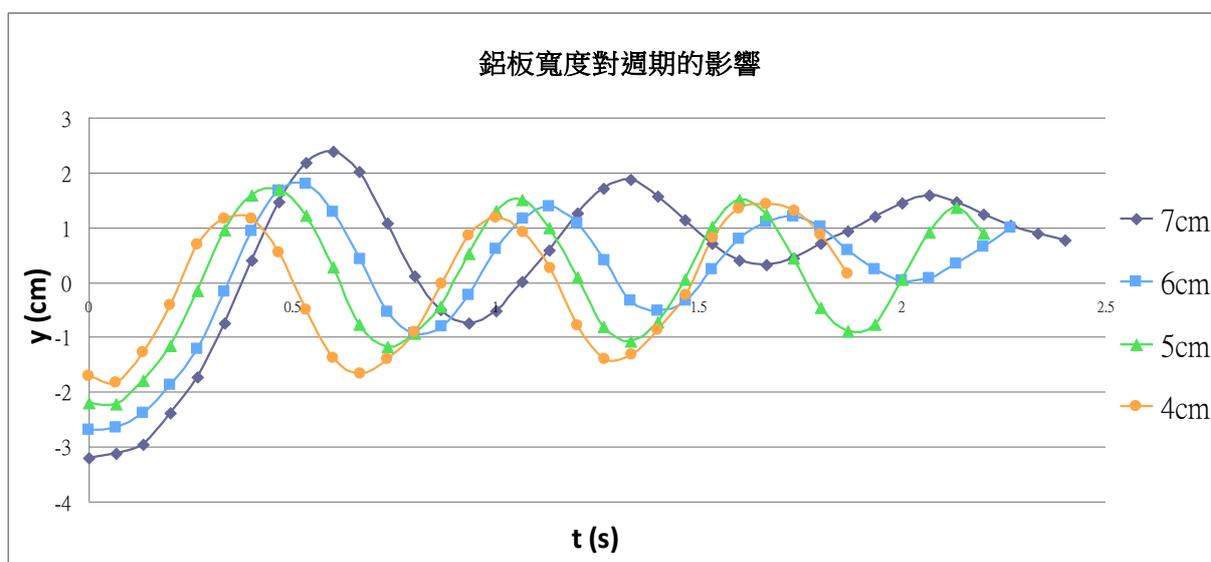
1. 將木板沿著  $\phi = 0^\circ$  的方向架高仰角  $\theta = 25^\circ$ ，並將寬 4 公分的鋁板置於上方
2. 將 5 號磁鐵自負方向的鋁板邊緣施放，以高速攝影機拍下磁鐵滾落的軌跡
3. 將鋁板寬度依序改為 5 公分、6 公分、7 公分，並重複步驟 2
4. 計算並分析比較軌跡週期的差異

(二)實驗結果：

1. 實驗照片

$\theta = 25^\circ, \phi = 0^\circ$	
鋁寬(cm)	實驗照片
4	
5	
6	
7	

2. Y 方向位移與時間關係圖



圖三十八、鋁板寬度對週期的影響

(三)討論：

1. 比較過仰角的影響後，我接著想探討鋁板寬度和週期的關係。從實驗八中可知，鋁板寬度越寬時，越不容易出現 S 形軌跡，必須要提高仰角使其產生較大的感應磁場，才能夠產生震盪現象。但若仰角太大，磁鐵會提前滾出軌道，無法在窄鋁板上順利滑落。所以經過嘗試後，在這個實驗中我採用磁鐵在 4 公分鋁板上能順利滾落的最大仰角 $\theta = 25^\circ$ ，同時讓磁鐵在較寬的鋁板上滾落時仍能產生 S 形軌跡。
2. 將磁鐵的 Y 方向位移與時間關係製圖後，進行以下比較：
  - (1) 在 4、5、6 公分鋁板上，磁鐵能產生完整的 S 形軌跡時，可以發現其週期會隨著鋁板寬度的增加而逐漸減少。而當時間  $t > 1.4$  秒後圖形變化較混亂，這是因為磁鐵在寬鋁板上的 S 行震盪減弱，使得週期較不穩定。
  - (2) 在 7 公分鋁板上，磁鐵沒有產生完整的 S 形軌跡，週期遠比其他條件下的週期大。

**實驗 10-3：探討金屬板材質對滾落 S 形軌跡之週期的影響**

(一)實驗步驟：

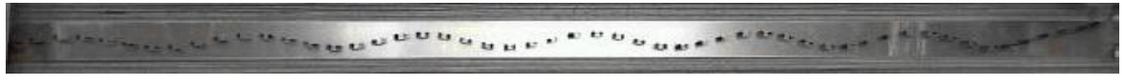
1. 將木板沿著 $\phi = 0^\circ$ 的方向架高仰角 $\theta = 14^\circ$ ，並將寬 4 公分的銅板置於上方
2. 將 5 號磁鐵自負方向的銅板邊緣施放，以高速攝影機拍下磁鐵滾落的軌跡
3. 改變仰角 $\theta = 15^\circ、16^\circ、\dots、30^\circ$ ，並重複步驟 2
4. 計算並分析後，比較相同仰角時，磁鐵在鋁板上滾落軌跡的週期差異

(二)實驗結果：

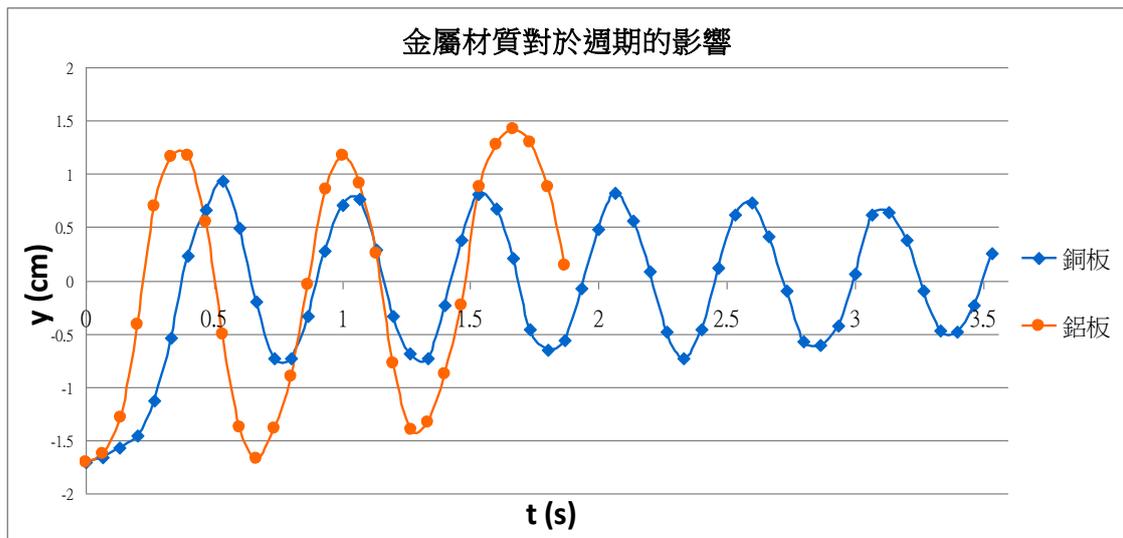
1. 仰角 $\theta = 15^\circ$

板寬 4 公分， $\theta = 15^\circ$ ， $\phi = 0^\circ$	
材質	實驗照片
鋁板	
銅板	

2. 仰角 $\theta = 25^\circ$

板寬 4 公分， $\theta = 25^\circ$ ， $\phi = 0^\circ$	
材質	實驗照片
鋁板	
銅板	

3.



圖三十九、仰角 $\theta = 25^\circ$ 時金屬材質對週期的影響

(三)討論：

1. 更換成銅板之後，終端速度明顯的降低。這是因為銅板較鋁板產生的渦電流大，產生的感應磁場以及的阻力也相對較大。
2. 因為感應磁場較大，磁鐵在仰角較低的銅板上不容易產生 S 形軌跡。從實驗結果中可以看出，當鋁板在仰角 $\theta = 15^\circ$ 時即可產生 S 形軌跡，而相同仰角下磁鐵在銅板上仍會趨於直線滾落。逐一調整仰角實驗後，發現銅板必須要道仰角 $\theta = 24^\circ$ 以上才能夠產生完整的 S 形軌跡，所以在後續的分析中，我選用仰角 $\theta = 25^\circ$ 的數據和鋁板做比較。
3. 比較磁鐵在兩種金屬面上 Y 方向位移對時間關係圖，可以很明顯的看出磁鐵在鋁板上滾落的軌跡週期比在銅板上的大。

### 實驗 10-4：探討不同磁鐵對滾落 S 形軌跡之週期的影響

(一)實驗步驟：

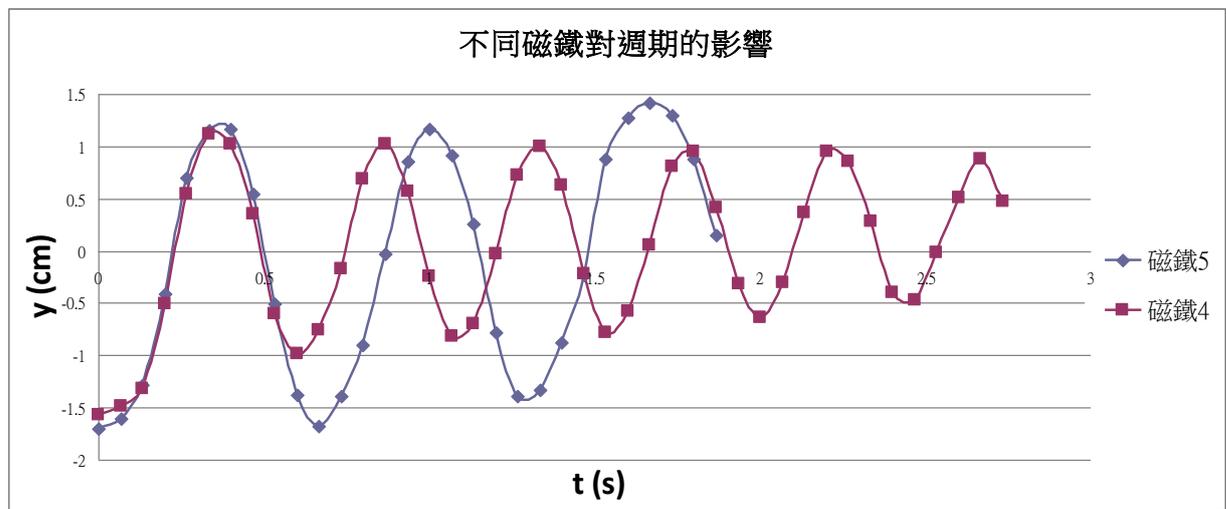
1. 將木板沿著  $\phi = 0^\circ$  的方向架高仰角  $\theta = 25^\circ$ ，並將寬 4 公分的鋁板置於上方
2. 將 5 號磁鐵自負方向的銅板邊緣施放，以高速攝影機拍下磁鐵滾落的軌跡
3. 改用 4 號磁鐵施放，並重複步驟 2
4. 計算並分析後比較軌跡週期的差異

(三) 實驗結果：

1. 實驗照片

鋁寬 4 公分， $\theta = 25^\circ$ ， $\phi = 0^\circ$	
磁鐵編號	實驗照片
4	
5	

2.



圖四十、不同磁鐵對週期的影響

(三)討論：

1. 施放磁鐵時發現：4 號磁鐵的直徑較小，滾動時中心較接近鋁板，感應磁場較強產生較大的阻力，所以終端速度較 5 號磁鐵小。
2. 從 Y 方向位移對時間關係圖中得到，在相同條件下，5 號磁鐵的週期比 4 號磁鐵大。

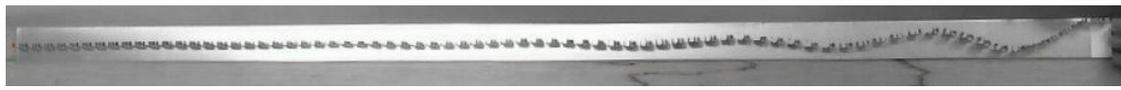
### 實驗 10-5：探討磁鐵質量對滾落 S 形軌跡之週期的影響

#### (一)實驗步驟：

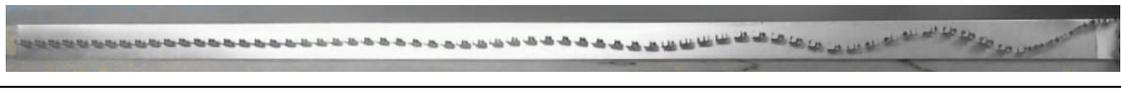
1. 將木板沿著  $\phi=0^\circ$  的方向架高仰角  $\theta=10^\circ$ ，並將寬 4 公分的鋁板置於上方
2. 將 5 號磁鐵兩側在不影響滾落面積的狀況下分別加上質量 0.6 公克的紙黏土
3. 自負方向的銅板邊緣施放，以高速攝影機拍下磁鐵滾落的軌跡
4. 改變仰角  $\theta=11^\circ、12^\circ、\dots\dots$ ，重覆步驟 3 直到磁鐵無法順利滾落
5. 將 5 號磁鐵兩側的外加質量分別改為 1 公克，並重複步驟 3~4
6. 計算並分析後，和原先沒有外加質量的 5 號磁鐵比較軌跡的週期差異

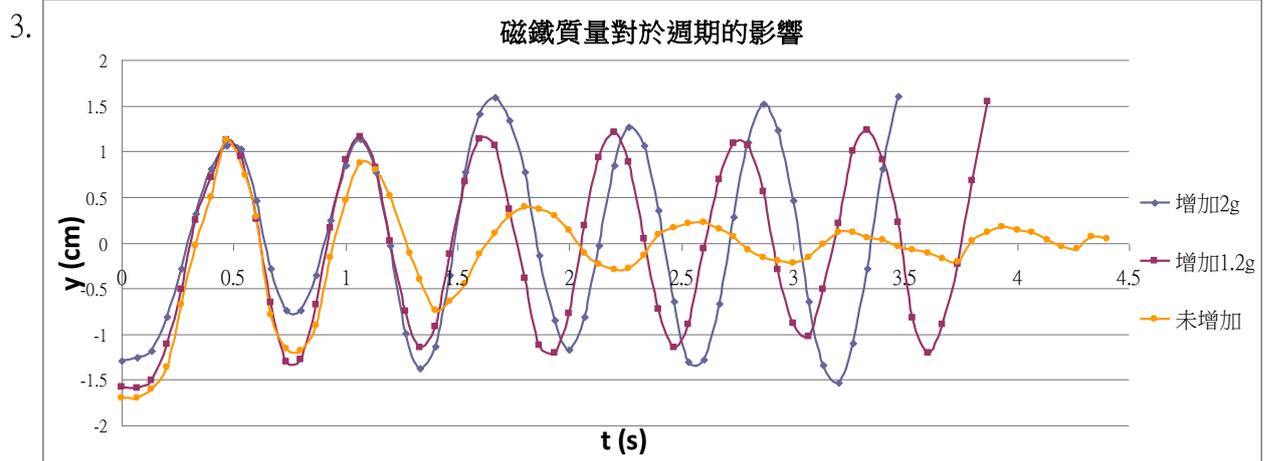
#### (二)實驗結果：

1. 仰角  $\theta=11^\circ$

鋁寬 4 公分， $\theta=11^\circ$ ， $\phi=0^\circ$	
外加質量(g)	實驗照片
0	
1.2	
2.0	

2. 仰角  $\theta=12^\circ$

鋁寬 4 公分， $\theta=12^\circ$ ， $\phi=0^\circ$	
外加質量(g)	實驗照片
0	
1.2	
2.0	



圖四十一、磁鐵質量對週期的影響

(三)討論：

1. 施放的時候發現：磁鐵外加質量越大，終端速度越大。因為質量大時，下滑力增加，需要提高速度來增加感應磁場所產生的阻力，才能達到終端速度。
2. 增加質量 1.2 公克後，在仰角 $\theta = 12^\circ$ 時即可產生完整的 S 形震盪，當仰角 $\theta > 17^\circ$ 後，容易滾出軌道或翻覆，無法順利滾落。而增加質量 2 公克時，也是在仰角 $\theta = 12^\circ$ 時產生完整的 S 形震盪，但仰角 $\theta > 13^\circ$ 後，便無法順利滾落。比起原先磁鐵在仰角 $\theta = 15^\circ$ 時出現 S 形軌跡，仰角 $\theta > 25^\circ$ 時滾出軌道，三者有顯著的差異。
3. 週期的部分就整體而言，原先質量的磁鐵運動情形呈現逐漸衰退的狀態，磁鐵的運動週期遠大於外加質量的運動週期。比較外加質量不同兩者的週期，可以從數據圖中看出外加質量較大者，週期也較大。
4. 縱觀整個實驗，可以歸納出一個結果：不能產生完整 S 形震盪時，該週期會遠大於完整震盪的週期。同樣能產生 S 形軌跡時，速度較大者，週期也較大。

## 伍、結論

1. 在固定仰角及  $\phi$  角的條件下，寬度越寬的鋁板，及直徑越小的磁鐵，越容易達到終端速度，其終端速度也較小。
2. 軌道的仰角越大，磁鐵在鋁板上之終端速度也隨之增快。
3. 受到磁傾角的影響，當  $\phi = 0^\circ$ ，磁鐵自木板滾落時會往南方偏移。若要使之沿著木板中央滾動，便要往負方向調整  $\phi$ ，且仰角愈大，要調整的  $\phi$  也愈大。
4. 渦電流產生的感應磁場與地磁的交互作用，是影響磁鐵滾落軌跡的主要因素：
  - (1) 當  $\phi$  角不大時，將磁鐵從鋁板中央施放，會沿著  $\phi = 0^\circ$  方向滾動一小段距離而後轉為平行鋁板滾下。當鋁板之  $\phi$  為正時，磁鐵往正方向偏移，反之則相反。且軌道的  $\phi$  角越大，磁鐵偏移量也越大。
  - (2) 若固定軌道  $\phi$  角而逐漸增加仰角  $\theta$ ，磁鐵偏移鋁板中心軸的量隨之減少。因此仰角  $\theta$  增加時，所對應的極限  $\phi$  角(磁鐵恰要越出鋁板時的  $\phi$ ) 也越大。
5. 歸納出能夠使磁鐵自鋁板 S 形滾落的情況有二：
  - (1) 鋁板仰角配合極限  $\phi$  角，地磁與感應磁場交互作用的結果
  - (2) 採用窄鋁板、高仰角，且磁鐵之施放位置離中央愈遠時，主要由於兩側渦電流的不對稱造成磁鐵來回擺動。
6. 關於 S 形軌跡週期的部分，可以歸納出一個結論：不能產生完整 S 形震盪時，該週期會遠大於完整震盪的週期。同樣能產生 S 形軌跡時，速度較大者，週期也較大。

## 陸、應用

磁鐵在鋁板做 S 形振盪時，會被渦電流限制在鋁板範圍內，不會滾出鋁板，如同光在光纖中傳遞一般。就算一開始施放的位置或方向沒有很精確，只要在合理範圍內，磁鐵都會自動修正軌跡。我覺得這個性質很特別，或許可以應用在收納方面或是工業上的運輸系統。如果能應用，不需要費時費力的操控，便可將物品傳送至目的地，也不用擔心運輸時會擦撞而產生耗損。也因此，這個現象在未來還有更多的發展空間，有機會我會繼續努力深入探討。

## 柒、參考資料

1. 普通高級中學基礎物理(一)，康熹文化，沈青嵩等人編著。
2. 普通高級中學選修物理(下)，南一書局，林明瑞等人編著。
3. 維基百科，取自：<http://zh.wikipedia.org/wiki/Wiki>