

# 第十八屆旺宏科學獎

## 成果報告書

參賽編號：SA18-181

作品名稱：「碳」為觀止—碳黑金屬球落入水之研究

姓名：蘇柏叡

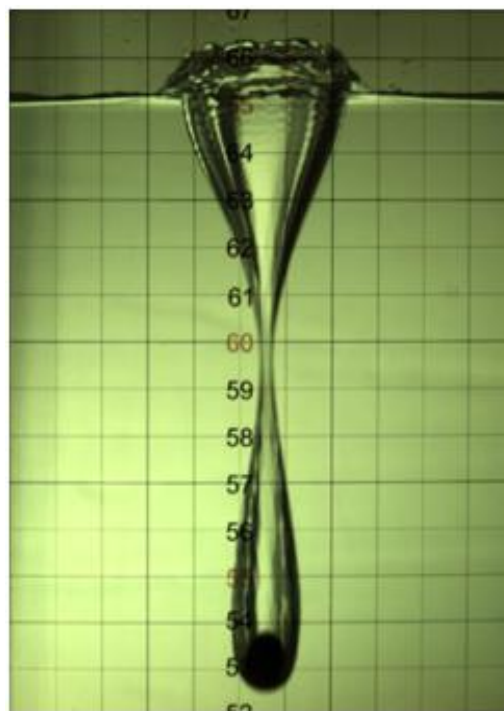
關鍵詞：碳黑、疏水性

## 摘要

本研究探討當金屬球上附著碳黑塗層，並落入水中時，因疏水性所產生氣泡的長度(L)和體積(V)，再探討其阻力係數( $C_D$ )大小，並比較金屬球在不同表面(一般、奈米疏水、碳黑)的情況下其阻力係數大小。研究結果顯示相同半徑(R)的金屬球不論落水瞬時速度為何，其氣泡生成時間(t)皆相等，且其關係為  $t \propto R^{0.55}$ ；金屬球的落水瞬時速度( $v_0$ )和氣泡大小、氣泡長度呈正相關，且當金屬球半徑(R)≤6mm 時滿足  $V \cong 0.0147 * v_0^{0.9728} * R^{2.7068}$ ；當氣泡體積越大、長度越長時，其阻力係數會越小；若落入水中之金屬球表面沒有氣泡，則不論其表面疏水性的強弱，阻力係數皆無顯著差異。

## 壹、研究動機

我們偶然看到了一篇文章，內容寫到科學家研究出一種超疏水的奈米塗層，可以使阻力係數下降高達 90%。在看過內容後，我們突然想到，碳黑也是一種奈米性的材質，搞不好會有一樣的效果，這激起了我們的好奇心，所以我們隨手燒了一顆碳黑金屬球，並把它丟到水裡，結果出現了我們意想不到的結果(如右圖)。因此，我們決定去深入研究為什麼會有這個現象，這也開始我們的科展之路。



## 貳、研究目的

- 一、探討不同大小的金屬球落水瞬時速度( $v_0$ )對氣泡長度(L)和純氣泡體積(V)的關係
- 二、推導出純氣泡體積(V)與金屬球半徑(R)、落水瞬時速度( $v_0$ )之關係式
- 三、探討不同大小的金屬球落水瞬時速度( $v_0$ )對阻力係數( $C_D$ )的影響
- 四、比較一般金屬球、奈米疏水塗層和碳黑塗層的阻力係數大小

## 參、研究器材及設備

<p>水箱(30×30×100cm<sup>3</sup>)</p>	<p>不同直徑的金屬球</p>	<p>鐵架和固定夾</p>
		
<p>電源供應器和開關</p>	<p>電磁鐵</p>	<p>蠟燭</p>
		
<p>高速攝影機</p>	<p>捲尺</p>	<p>打光燈</p>
		

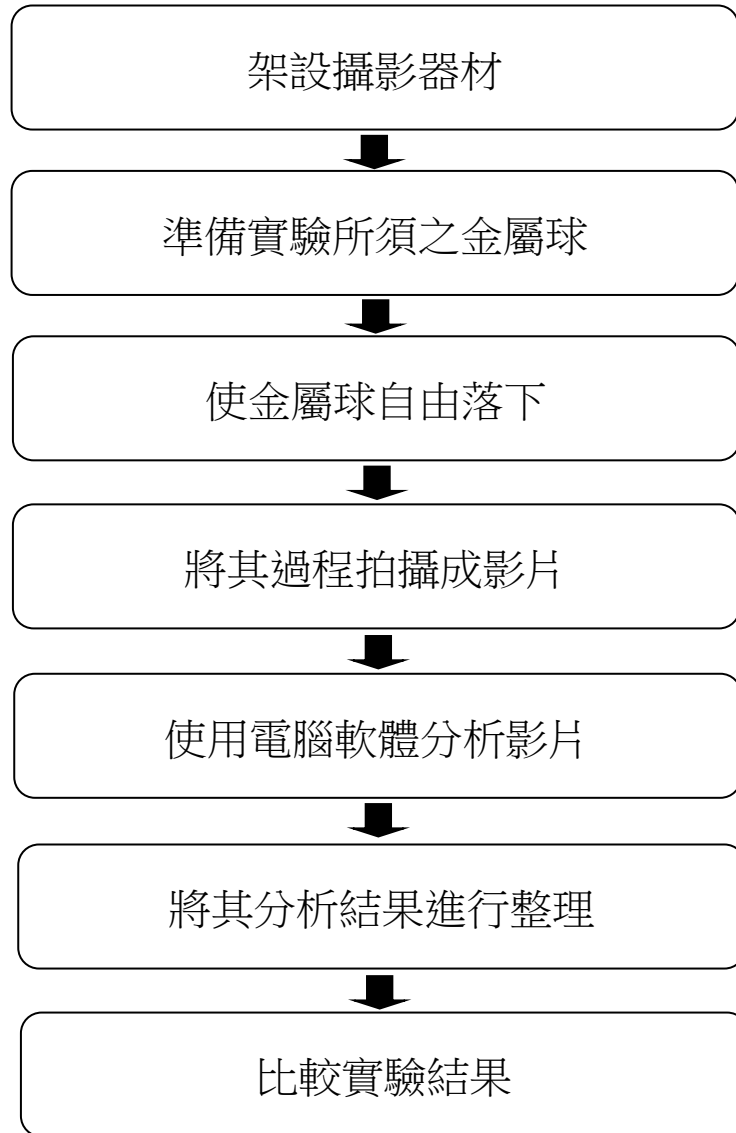
使用程式：Tracker、GeoGebra

## 肆、實驗配置圖



## 伍、研究過程及方法

### 一、實驗流程圖



### 二、實驗方法

(一) 改變金屬球落下高度並測量產生的氣泡大小及其終端速度

實驗步驟：

1. 調整固定夾在鐵架上的高度來固定金屬球靜止落下到水面的距離
2. 使用固定夾夾住電磁鐵
3. 用通電的電磁鐵吸住金屬球

4. 切斷電源使金屬球落下，並用高速攝影機捕捉其運動過程
5. 使用繪圖軟體 GeoGebra 描繪氣泡圖形，再使用積分計算它的體積
6. 使用運動分析軟體 Tracker 找出終端速度並紀錄之
7. 將數據代入阻力公式算出阻力係數並紀錄之
8. 改變金屬球落下至水面的高度並重複 1~7 步驟

## (二) 改變金屬球的大小並測量產生的氣泡大小及其終端速度

實驗步驟：

1. 調整固定夾在鐵架上的高度來固定金屬球靜止落下到水面的距離
2. 使用固定夾夾住電磁鐵
3. 用通電的電磁鐵吸住附著碳黑的金屬球
4. 切斷電源使金屬球落下，並用高速攝影機捕捉其運動過程
5. 使用繪圖軟體 GeoGebra 描繪氣泡圖形，再使用積分計算它的體積
6. 使用運動分析軟體 Tracker 找出終端速度並紀錄之
7. 將數據代入阻力公式算出阻力係數並紀錄之
8. 改變金屬球大小並重複 1~7 步驟

## (三) 改變金屬球的表面並比較阻力係數

實驗步驟：

1. 使用高度固定夾固定電磁鐵，並調整金屬球靜止落下到水面的距離
2. 用通電的電磁鐵吸住金屬球
3. 關閉電磁鐵使金屬球落下再用高速攝影機捕捉其運動
4. 使用追蹤軟體 Tracker 找出終端速度並紀錄之
5. 將數據代入阻力公式算出阻力係數並紀錄之
6. 改變金屬球的大小並重複 1~5 步驟
7. 改變金屬球的表面並重複 1~6 步驟

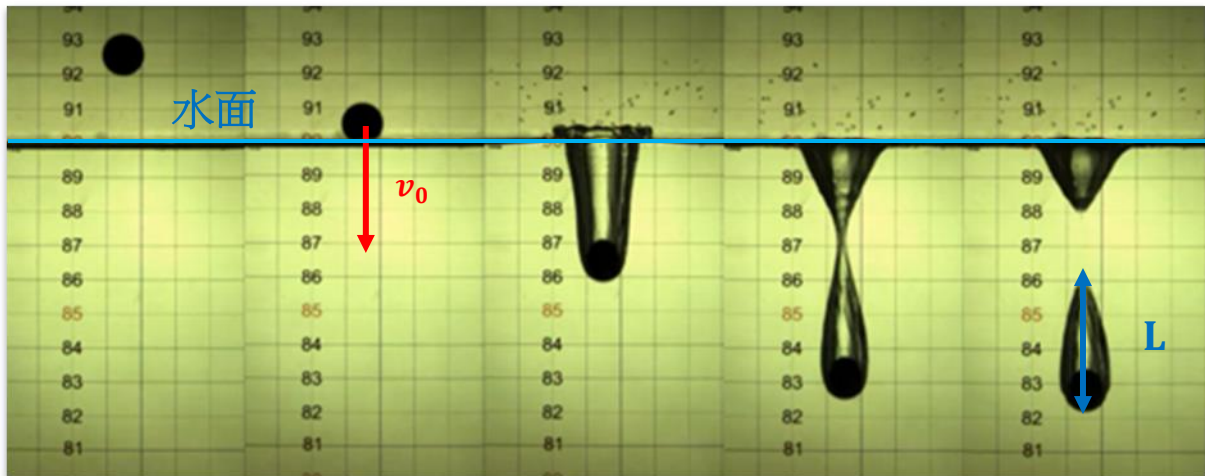
- 奈米疏水塗層製作方法：使用奈米等級的防水噴霧均勻噴在金屬球表面，再靜置一段時間即可。
- 碳黑塗層製作方法：點燃蠟燭後，燒烤金屬球持續大約 20 秒(須不斷換面)，燒至金屬球表面均勻的附上碳黑即可。

## 陸、研究結果

### 一、不同大小金屬球的落水瞬時速度( $v_0$ )對氣泡長度(L)、純氣泡體積(V)的影響

#### (一) 不同大小金屬球的落水瞬時速度( $v_0$ )與氣泡長度(L)的關係

我們推測 $v_0$ 會影響 L，所以改變金屬球落下到水面的高度，以此改變 $v_0$ ，並觀察 $v_0$ 與 L 的關係，最後再比較不同大小的金屬球是否會有差異。

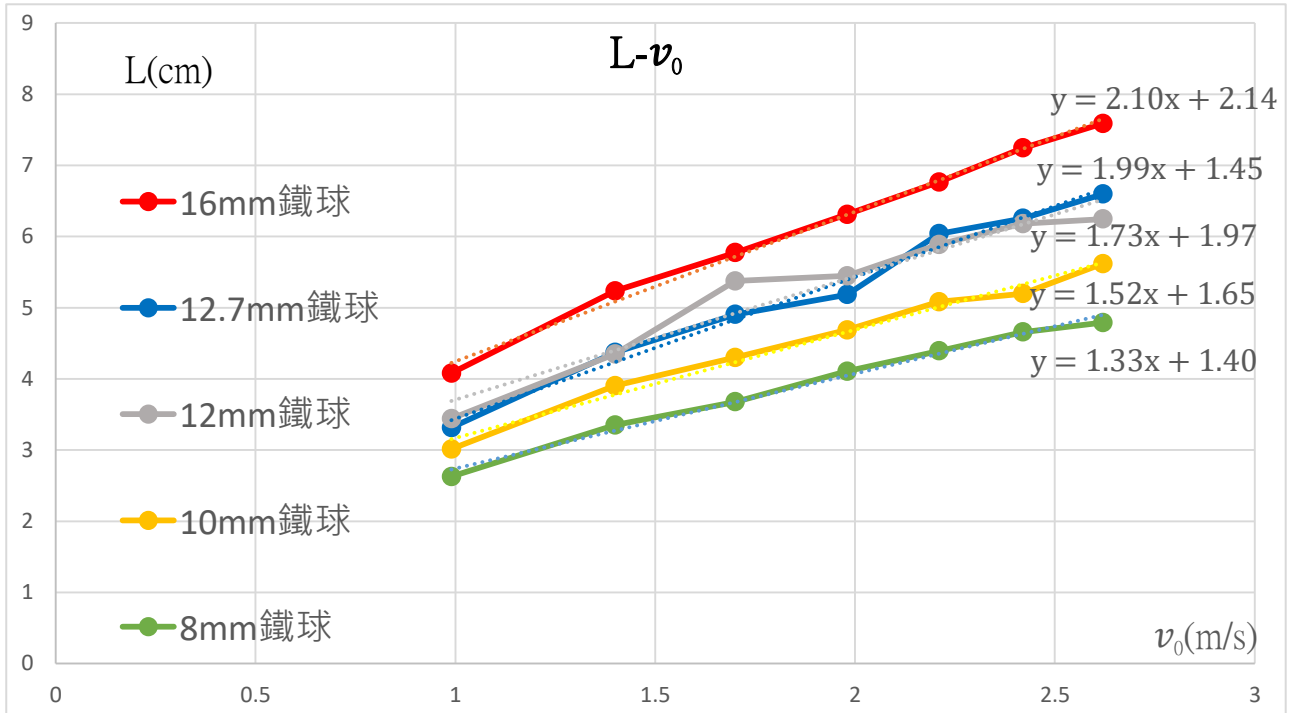


$v_0$ 直徑	0.99m/s	1.40m/s	1.70m/s	1.98m/s	2.21m/s	2.42m/s	2.62m/s
8mm	2.63cm	3.35cm	3.68cm	4.11cm	4.39cm	4.66cm	4.79cm
10mm	3.01cm	3.90cm	4.30cm	4.69cm	5.08cm	5.20cm	5.62cm
12mm	3.44cm	4.35cm	5.37cm	5.45cm	5.89cm	6.18cm	6.25cm
12.7mm	3.31cm	4.37cm	4.90cm	5.18cm	6.04cm	6.25cm	6.60cm
16mm	4.08cm	5.24cm	5.77cm	6.31cm	6.77cm	7.24cm	7.59cm

落水瞬時速度( $v_0$ )與氣泡長度(L)關係

(表一)

氣泡長度(L)對不同直徑金屬球的落水瞬時速度( $v_0$ )作圖



(圖一)

直徑	8mm	10mm	12mm	12.7mm	16mm
趨勢線斜率	1.33	1.52	1.73	1.99	2.10

(表二)

直徑 \ $v_0$	$v_0$						
	0.99m/s	1.40m/s	1.70m/s	1.98m/s	2.21m/s	2.42m/s	2.62m/s
8mm	0.040 s	0.041 s	0.041 s	0.041 s	0.042 s	0.041 s	0.042 s
10mm	0.046 s	0.046 s	0.047 s	0.047 s	0.047 s	0.047 s	0.047 s
12mm	0.051 s	0.052 s	0.051 s	0.052 s	0.052 s	0.052 s	0.052 s
12.7mm	0.053 s	0.053 s	0.053 s	0.053 s	0.053 s	0.054 s	0.054 s
16mm	0.059 s	0.060 s	0.060 s	0.060 s	0.060 s	0.060 s	0.061 s

落水瞬時速度( $v_0$ )與形成氣泡時間(t)關係

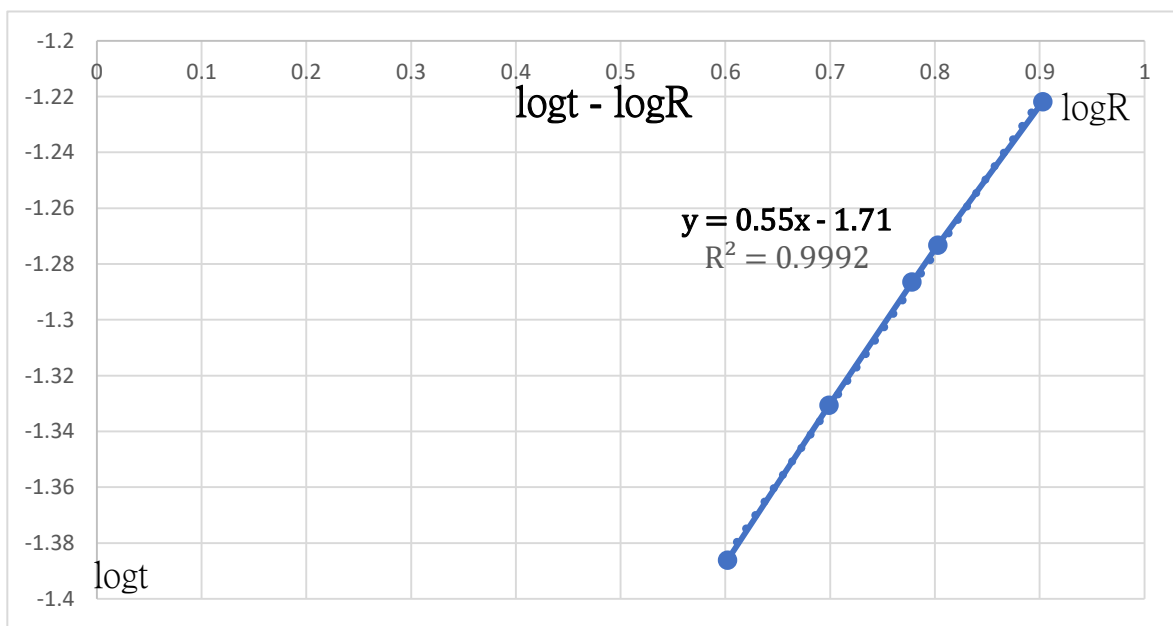
(表三)



直徑	8mm	10mm	12mm	12.7mm	16mm
氣泡平均 形成時間	0.0411 s	0.0467 s	0.0517 s	0.0533 s	0.0600 s

(表四)

logt 與 logR 的關係



(圖二)

結論：

1. 我們可以觀察到 $v_0$ 越快，金屬球所製造出的 L 就越長。如(圖一)
2. 我們也發現到在相同 $v_0$ 下，附上碳黑的金屬球的大小也一樣會影響 L，球半徑越大產生的 L 也越長，又以實驗結果中最顯著的 $v_0=2.62\text{m/s}$  為例，當球的直徑由 8mm 變為 16mm 時，L 的變化率為 58.5%。如(圖一)

3. 由(圖一)之趨勢線斜率看出半徑越大的金屬球在相同的 $v_0$ 變化下L增加的幅度越大。如(表二)
4. 不論 $v_0$ 等於多少，相同的金屬球產生氣泡所需時間(t)相同。如(表三)
5. 我們可以發現 t 和金屬球的大小呈正相關，半徑越大形成氣泡時間越久。如(表四)
6. 若將(圖二)之趨勢線方程式整理，可得 $t = 0.0195R^{0.55}$ ，也就是說 $t \propto R^{0.55}$ ，故 R 越大 t 越大，且 L 越大。

## (二) 不同大小的金屬球落水瞬時速度( $v_0$ )與純氣泡體積(V)的關係

在發現 $v_0$ 與 L 呈現正相關後，我們推測金屬球大小及 $v_0$ 會對 V 造成影響，所以我們決定算出氣泡的體積。首先使用繪圖軟體 GeoGebra 描繪其圖形，再用積分公式

$$\pi \left( A^2 x + R^2 x - \frac{1}{3} x^3 \right) \Big|_{c_1}^{c_2} - \frac{R^2 A \pi}{2} (\sin 2\theta + 2\theta) \Big|_{\theta_1}^{\theta_2}$$

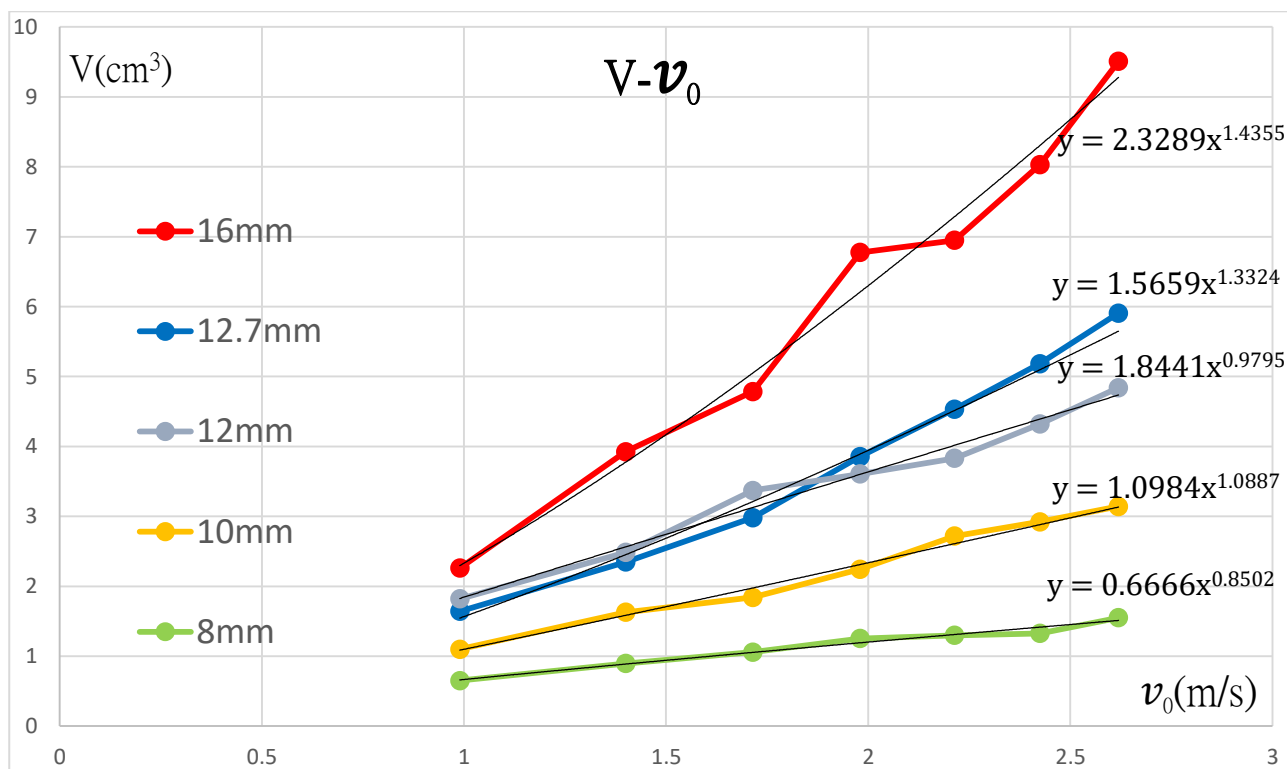
算出氣泡的體積。

落水瞬時速度( $v_0$ )與氣泡體積(V)關係

速度 直徑	0.99m/s	1.40m/s	1.7m/s	1.98m/s	2.21m/s	2.42m/s	2.62m/s
8mm	0.92 cm <sup>3</sup>	1.16 cm <sup>3</sup>	1.33 cm <sup>3</sup>	1.52 cm <sup>3</sup>	1.57 cm <sup>3</sup>	1.59 cm <sup>3</sup>	1.82 cm <sup>3</sup>
10mm	1.62 cm <sup>3</sup>	2.15 cm <sup>3</sup>	2.37 cm <sup>3</sup>	2.77 cm <sup>3</sup>	3.24 cm <sup>3</sup>	3.45 cm <sup>3</sup>	3.67 cm <sup>3</sup>
12mm	2.72 cm <sup>3</sup>	3.39 cm <sup>3</sup>	4.28 cm <sup>3</sup>	4.51 cm <sup>3</sup>	4.73 cm <sup>3</sup>	5.22 cm <sup>3</sup>	5.74 cm <sup>3</sup>
12.7mm	2.71 cm <sup>3</sup>	3.42 cm <sup>3</sup>	4.05 cm <sup>3</sup>	4.93 cm <sup>3</sup>	5.61 cm <sup>3</sup>	6.26 cm <sup>3</sup>	6.98 cm <sup>3</sup>
16mm	4.40 cm <sup>3</sup>	6.07 cm <sup>3</sup>	6.93 cm <sup>3</sup>	8.92 cm <sup>3</sup>	9.09 cm <sup>3</sup>	10.17 cm <sup>3</sup>	11.65 cm <sup>3</sup>

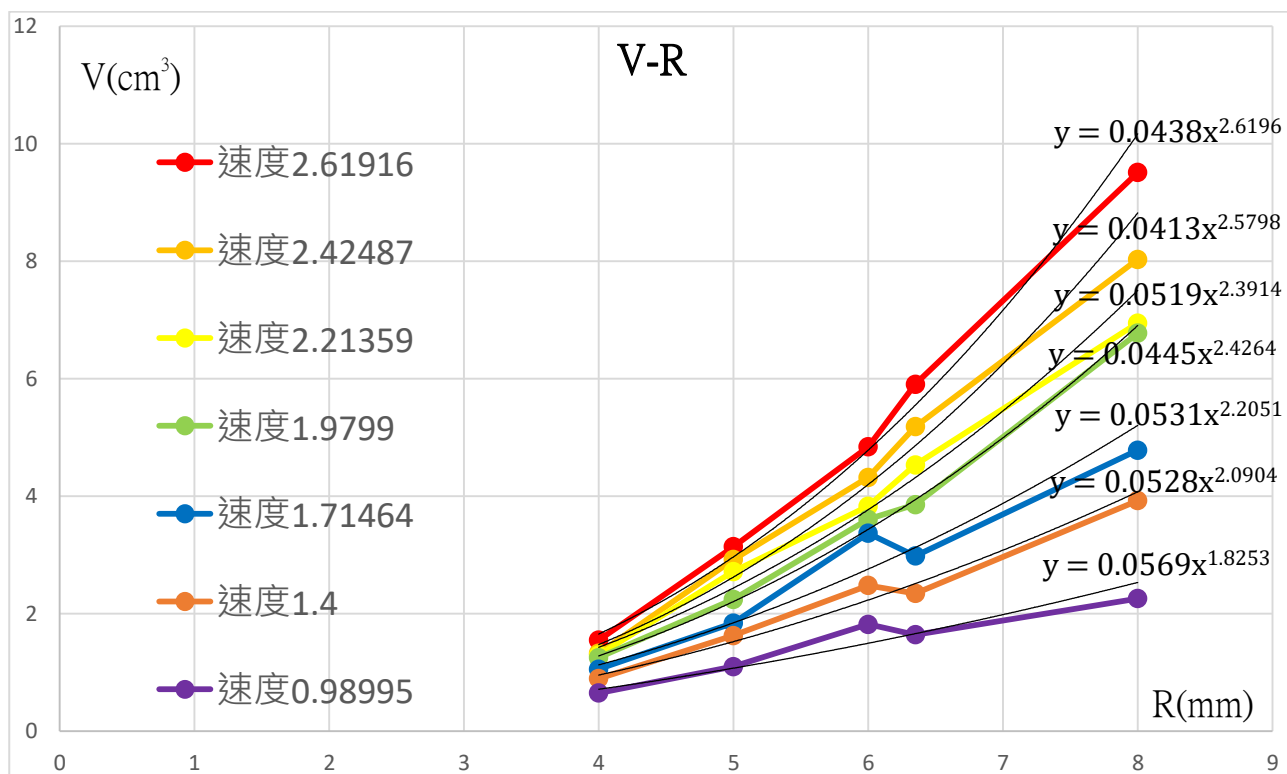
(表五)

純氣泡體積(V)對不同落水瞬時速度( $v_0$ )作圖



(圖三-1)

純氣泡體積(V)對不同半徑(R)金屬球作圖



(圖三-2)

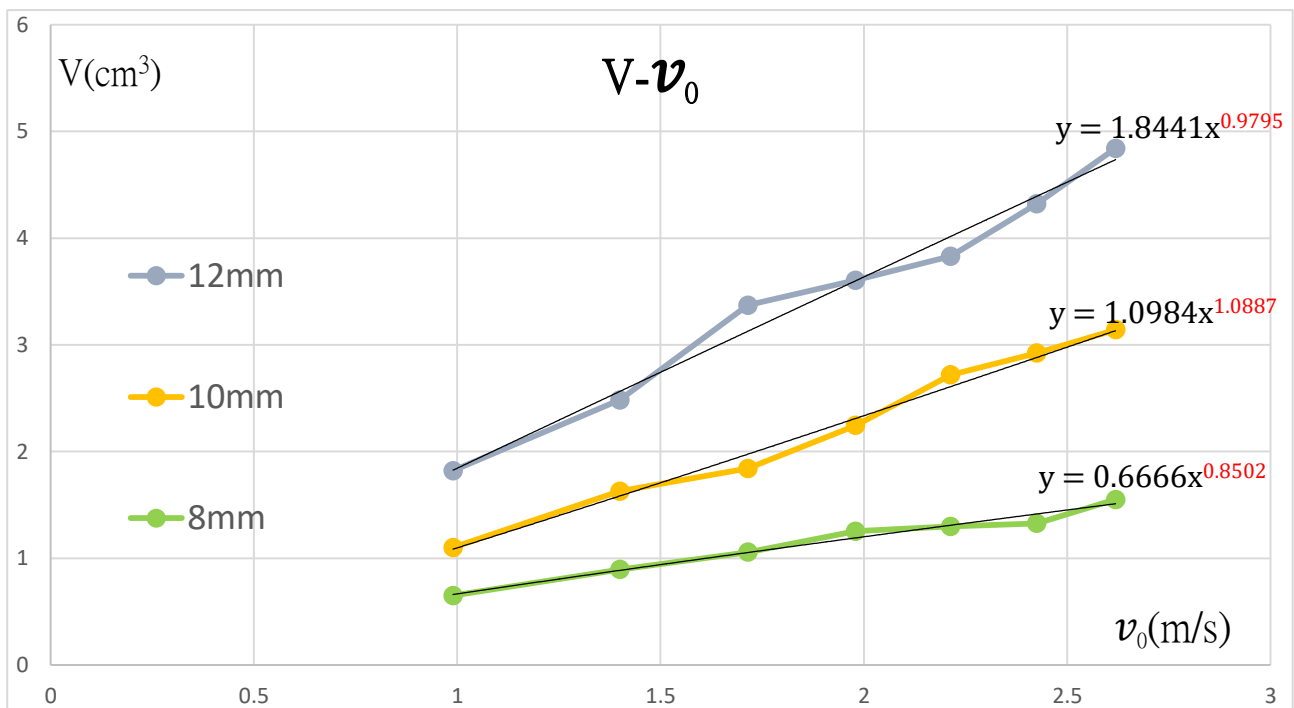
結論：

1. 我們可以觀察到同大小且附上碳黑的金屬球的 $v_0$ 越快，則金屬球所製造出的氣泡體積(V)就越大，呈正相關。如(圖三-1)
2. 我們也發現在相同 $v_0$ 下，金屬球的大小也一樣會影響氣泡體積(V)，球直徑越大產生的 V 也越大(由表三之結果可得，越大顆的球氣泡形成時間較多，所以在相同的 $v_0$ 之下，V 會與 R 呈正相關)，尤其以實驗結果中最顯著的 $v_0=2.62\text{m/s}$  為例，當球的直徑由 8mm 變為 12mm 時，V 的變化率可達 315.3%。如(圖三-1)

## 二、推導 V 與 R、 $v_0$ 之關係式

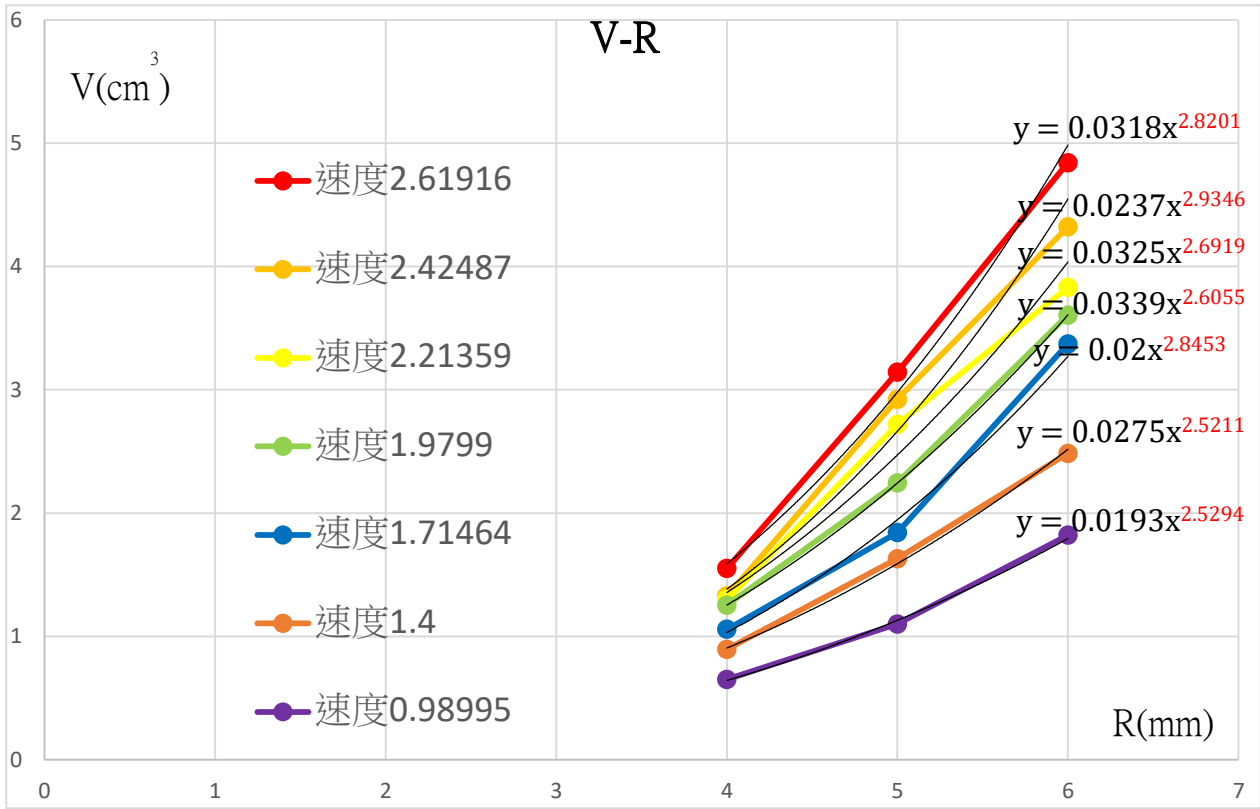
從上述實驗中我們發現 V、R、 $v_0$ 間有高度關係，所以我們嘗試藉由其結果推導出三者之關係式，但在過程中我們也發現當金屬球接觸水面時，會受到水面的撞擊力影響，導致若較大顆之金屬球(16mm、12.7mm)以較慢速度落下，其受到水面的衝擊力造成的誤差較大，所以為了將誤差降低，我們只用半徑 6mm、5mm、4mm 金屬球來推導。

純氣泡體積(V)對不同落水瞬時速度( $v_0$ )作圖( $R \leq 6\text{mm}$ )



(圖四-1)

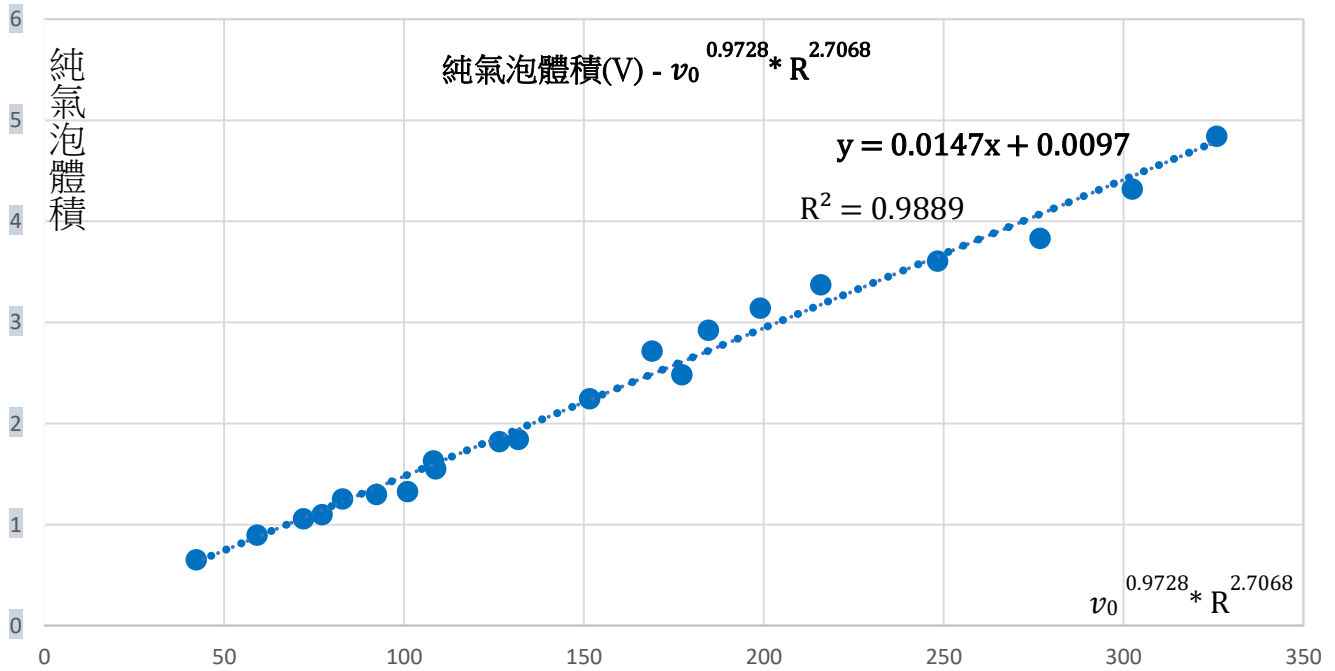
純氣泡體積(V)對不同大小金屬的半徑(R)作圖(R≤6mm)



(圖四-2)

將(圖四)中的趨勢線之次方取平均可得  $V \propto v_0^{0.9728}$ 、 $V \propto R^{2.7068}$ ，可得  $V \propto v_0^{0.9728} * R^{2.7068}$ 。

若將其作圖可得：



(圖四-3)

結論：

$$\text{從(圖四)中可整理出 } V(\text{cm}^3) \cong 0.0147 * v_0^{0.9728} (\text{m/s}) * R^{2.7068} (\text{mm})$$

### 三、不同大小的金屬球落水瞬時速度( $v_0$ )與阻力係數( $C_D$ )的關係

由於不同大小的金屬球以及不同的落下高度都會對氣泡的體積造成影響，於是我們推測其體積改變後，阻力係數也可能會隨之改變。為此我們先求得其浮力  $B = \rho V g$ ，再測量其終

端速度( $v_t$ )，帶入公式  $\frac{2(mg-B)}{\rho A v_t^2} = C_D$  求出其阻力係數。

落水瞬時速度與浮力( $B$ )關係

$v_0$ 直徑	0.99m/s	1.40m/s	1.71m/s	1.98m/s	2.21m/s	2.42m/s	2.62m/s
8mm	0.009N	0.011N	0.013N	0.015N	0.015N	0.016N	0.018N
10mm	0.016N	0.021N	0.023N	0.027N	0.032N	0.034N	0.036N
12mm	0.027N	0.033N	0.042N	0.044N	0.046N	0.051N	0.056N
12.7mm	0.027N	0.034N	0.040N	0.048N	0.055N	0.061N	0.068N
16mm	0.043N	0.059N	0.068N	0.087N	0.089N	0.100N	0.114N

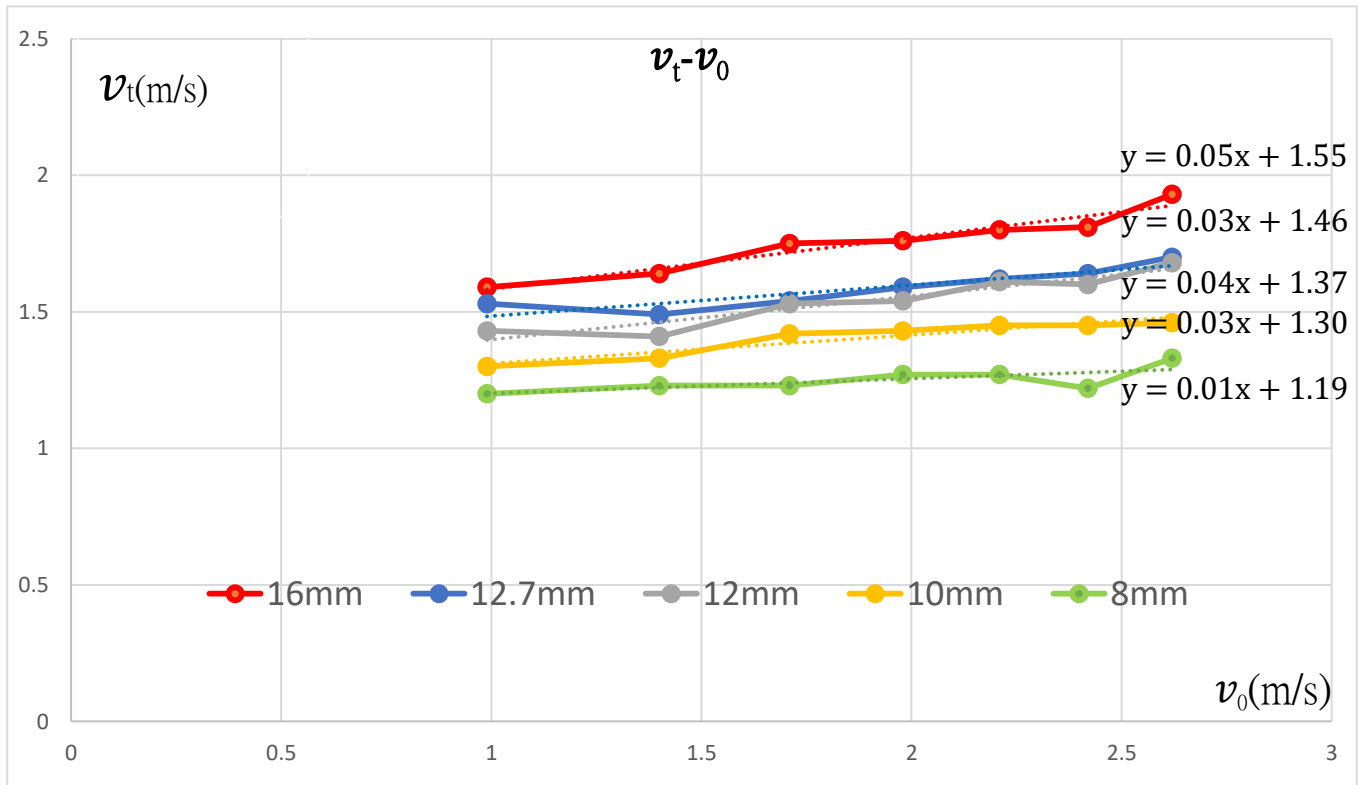
(表七)

落水瞬時速度( $v_0$ )與終端速度( $v_t$ )關係

$v_0$ 直徑	0.99m/s	1.40m/s	1.71m/s	1.98m/s	2.21m/s	2.42m/s	2.62m/s
8mm	1.20m/s	1.23m/s	1.23m/s	1.27m/s	1.27m/s	1.22m/s	1.33m/s
10mm	1.30m/s	1.33m/s	1.42m/s	1.43m/s	1.45m/s	1.45m/s	1.46m/s
12mm	1.43m/s	1.41m/s	1.53m/s	1.54m/s	1.61m/s	1.6m/s	1.68m/s
12.7mm	1.53m/s	1.49m/s	1.54m/s	1.59m/s	1.62m/s	1.64m/s	1.70m/s
16mm	1.59m/s	1.64m/s	1.75m/s	1.76m/s	1.80m/s	1.81m/s	1.93m/s

(表八)

終端速度( $v_t$ )對不同直徑金屬球的落水瞬時速度( $v_0$ )關係



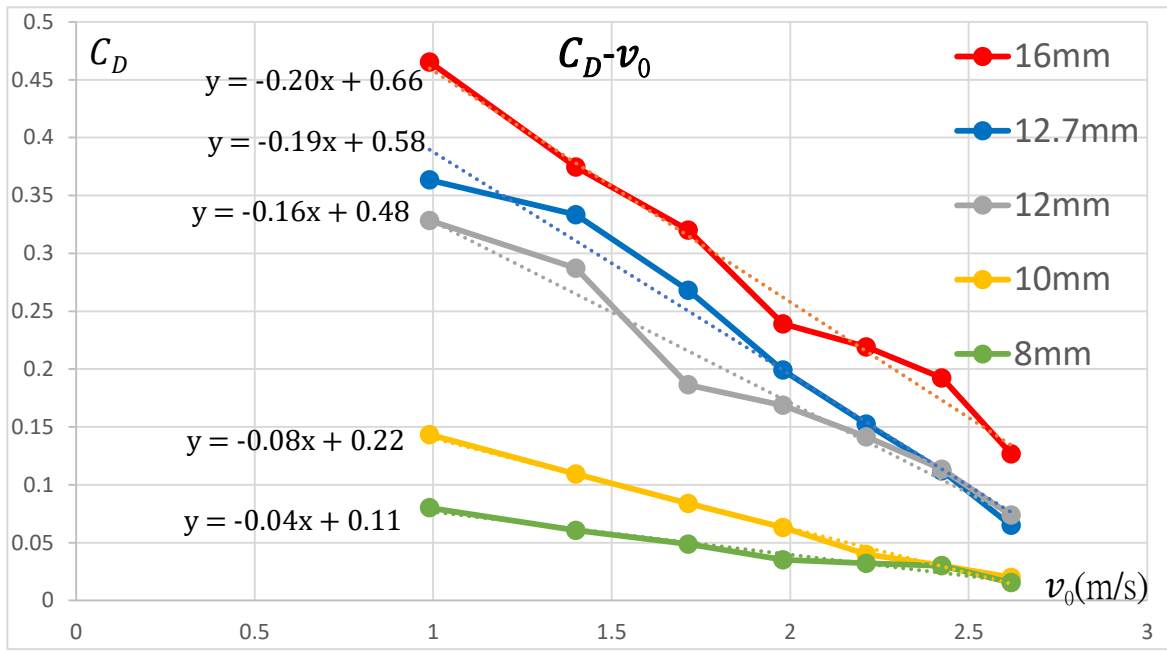
(圖五)

落水瞬時速度( $v_0$ )與阻力係數( $C_D$ )關係

$v_0$ 直徑	0.99m/s	1.40m/s	1.71m/s	1.98m/s	2.21m/s	2.42m/s	2.62m/s
8mm	0.080	0.060	0.049	0.035	0.015	0.030	0.015
10mm	0.143	0.109	0.085	0.063	0.040	0.030	0.020
12mm	0.328	0.287	0.186	0.169	0.141	0.113	0.074
12.7mm	0.363	0.333	0.268	0.199	0.152	0.112	0.065
16mm	0.465	0.375	0.32	0.239	0.219	0.192	0.127

(表九)

阻力係數( $C_D$ )對不同直徑金屬球的落水瞬時速度( $v_0$ )作圖

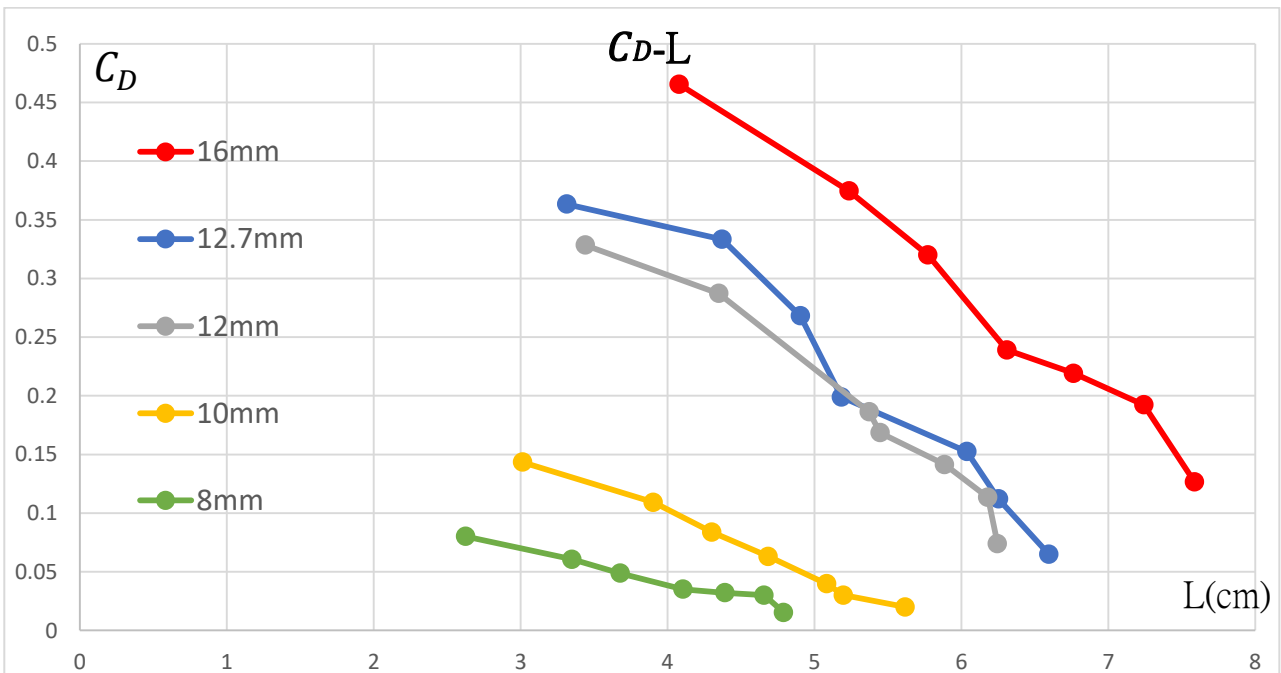


(圖六)

直徑	8mm	10mm	12mm	12.7mm	16mm
趨勢線斜率	-0.04	-0.08	-0.16	-0.19	-0.20

(表十)

阻力係數( $C_D$ )對不同直徑金屬球落水時的氣泡長度(L)作圖



(圖七)



結論：

1. 原本同一物體在水中的 $v_t$ 應該維持定值，然而實驗的結果並非如此， $v_t$ 與 $v_0$ 呈正相關，所以我們認為這是因為有碳黑塗層，而造成金屬球被氣泡包覆，導致其形狀更貼近流線型、阻力係數( $C_D$ )變小的關係。如(圖五)
2. 當 $v_0$ 相同時，若附上碳黑的金屬球直徑越大則 $v_t$ 越大，以實驗結果中最顯著的 $v_0=2.42\text{m/s}$ 為例，當金屬球直徑由8mm變為12mm時， $v_t$ 的上升率可達**26.3%**。如(圖五)
3. 從(圖六)可以發現 $v_0$ 上升則 $C_D$ 降低，兩者呈負相關，我們推測這也是氣泡所造成的影響，也可以對照(圖七)發現L和 $C_D$ 同樣呈負相關，所以我們認為L越長系統形狀越接近流線型，阻力係數( $C_D$ )越小。
4. 實驗中當 $v_0$ 從0.99m/s變為2.62m/s時， $C_D$ 有最明顯的變化，例如：直徑10mm且附上碳黑的金屬球 $C_D$ 減少率為**86.0%**。如(圖六)

#### 四、比較一般金屬球、奈米疏水塗層和碳黑塗層的阻力係數大小

在我們已經了解碳黑可使阻力係數下降後，接著，我們想知道奈米疏水塗層是否也一樣有減少阻力的效果，而他們兩者又分別能降低多少阻力係數。(三顆金屬球直徑皆為12.7mm)

不同金屬球表面與浮力(B)關係

$v_0$ 表面	0.99m/s	1.4m/s	1.71m/s	1.98m/s	2.21m/s	2.42m/s	2.62m/s
一般	0.0105N	0.0105N	0.0105N	0.0105N	0.0105N	0.0105N	0.0105N
奈米疏水	0.0105N	0.0105N	0.0105N	0.0105N	0.0105N	0.0105N	0.0105N
碳黑	0.0266N	0.0335N	0.0397N	0.0483N	0.0549N	0.0613N	0.0684N

(表十一)

不同金屬球表面與終端速度( $v_t$ )關係

表面 \ $v_0$	0.99m/s	1.4m/s	1.71m/s	1.98m/s	2.21m/s	2.42m/s	2.62m/s
一般	1.50m/s	1.52m/s	1.55m/s	1.56m/s	1.57m/s	1.59m/s	1.58m/s
奈米疏水	1.53m/s	1.53m/s	1.55m/s	1.52m/s	1.57m/s	1.58m/s	1.54m/s
碳黑	1.53m/s	1.49m/s	1.54m/s	1.59m/s	1.62m/s	1.64m/s	1.70m/s

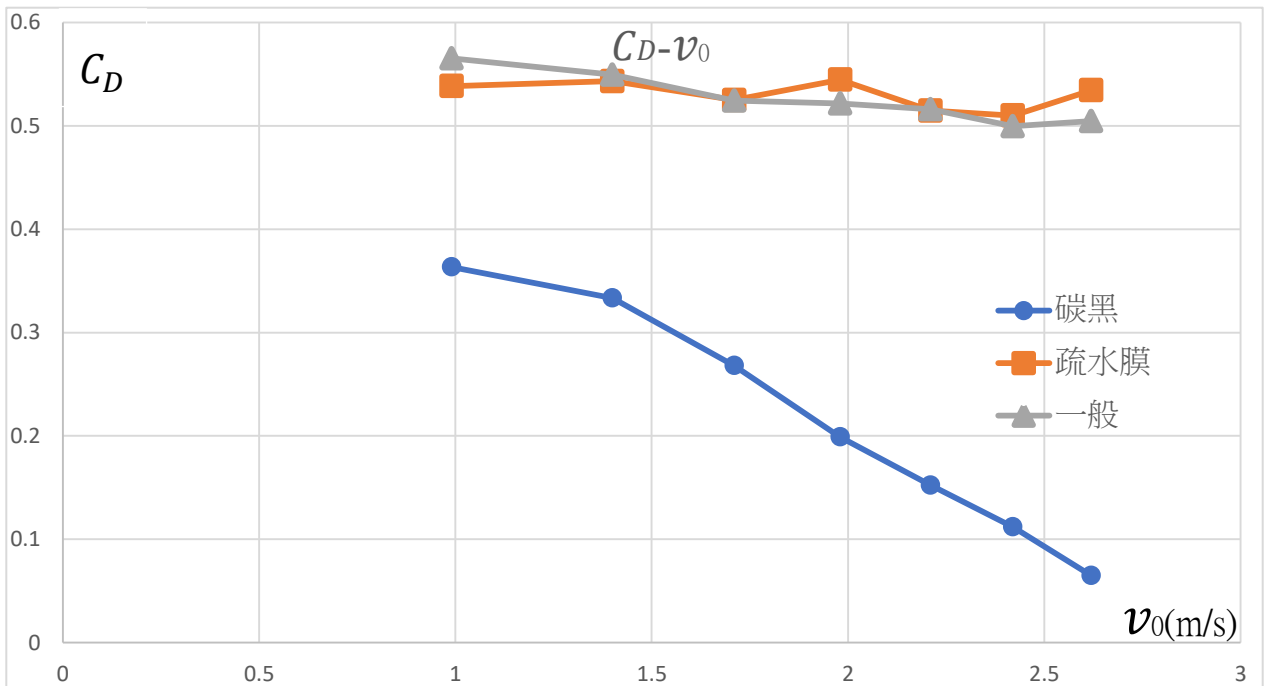
(表十二)

不同金屬球表面與阻力係數( $C_D$ )關係

表面 \ $v_0$	0.99m/s	1.4m/s	1.71m/s	1.98m/s	2.21m/s	2.42m/s	2.62m/s
一般	0.565	0.549	0.524	0.522	0.516	0.500	0.504
奈米疏水	0.538	0.543	0.545	0.525	0.515	0.510	0.534
碳黑	0.363	0.333	0.268	0.199	0.152	0.112	0.065

(表十三)

阻力係數( $C_D$ )對不同表面金屬球的落水瞬時速度( $v_0$ )作圖(三球直徑為 12.7mm)



(圖八)

結論：

1. 我們發現奈米疏水塗層對阻力係數的影響並不大，與一般普通的金屬球相比並沒有顯著差異。而原因我們推測是由於其疏水效果不夠強，因此無法在落水時形成氣泡包覆導致。
2. 附上碳黑的金屬球，相較其他兩者，其 $C_D$ 減少甚多，而且當 $v_0$ 越大 $C_D$ 相差越大，尤其在落水速度為 2.62m/s 時，阻力係數較一般金屬球減少了 87.2%。
3. 在完成以上實驗後，我們發現 $v_0$ 會影響  $V$ 、 $L$  和 $C_D$ ，且奈米疏水塗層的與一般表面的阻力係數幾乎相同，因此我們推測其 $C_D$ 減少的原因為氣泡的有無，所以我們把三種表面的金屬球放入水中，從水中靜止落下，藉此不讓氣泡產生，看看無氣泡包覆的金屬球 $C_D$ 是否會發生改變。(三球直徑皆為 12mm)

三種不同表面的 $v_t$ 和 $C_D$

表面	一般	奈米疏水	碳黑
終端速度	1.438(m/s)	1.439(m/s)	1.421(m/s)
阻力係數	0.519	0.518	0.532

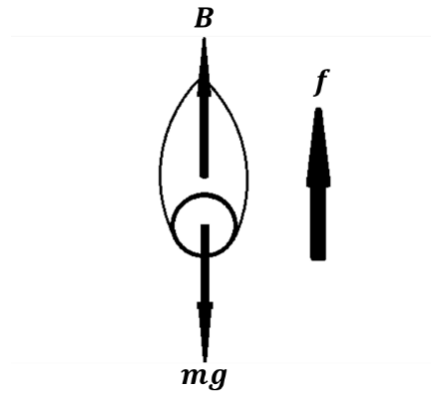
(表十四)

結論：當三球直徑皆為 12mm 但表面不同的金屬球在水中運動時，如果沒有氣泡包覆，其 $C_D$ 值無顯著差異，且約略在 0.52~0.53，故推測得證。

## 柒、討論

### 一、阻力係數公式：

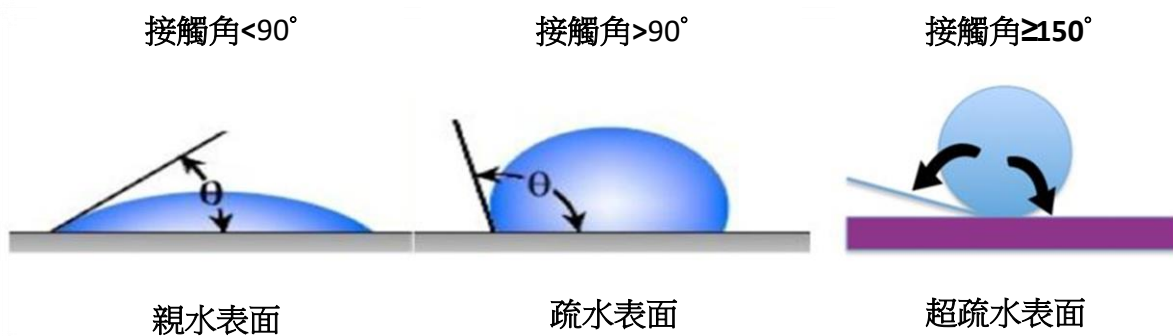
物體在流體中運動時所受到的阻力會遵守阻力方程： $f = \frac{1}{2} C_D \rho A v^2$  ( $f$ ：阻力、 $\rho$ ：液體的密度、 $A$ ：物體的截面積、 $v$ ：速度、 $C_D$ ：阻力係數)。我們假設碳黑所形成的氣泡體積在向下運動過程中維持固定，所以當物體達到終端速度( $v_t$ )時會受到重力( $mg$ )、浮力( $B$ )和阻力( $f$ )，如(圖二)，且重力大小等於阻力量值加浮力量值 $mg = B + f$ ，則可推得公式為 $(mg - B) = \frac{1}{2} C_D \rho A v_t^2$ ，整理後可得 $\frac{2(mg - B)}{\rho A v_t^2} = C_D$ ，此時測量物體達到力平衡而等速移動時的終端速度及阻力，再帶入公式求出阻力係數。



(圖九)

## 二、接觸角：

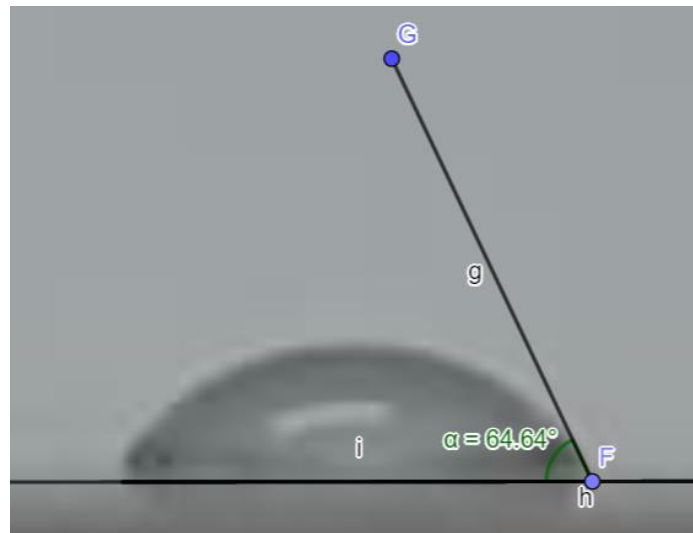
若物體的表面具有疏水性質，會使得物體發生排斥水的現象，想瞭解疏水性的強弱，可以測量物體表面與水的接觸角。若接觸角大於  $90^\circ$ ，則該表面具有疏水性；若接觸角大於  $150^\circ$ ，則該表面具有超疏水性。如(圖十)



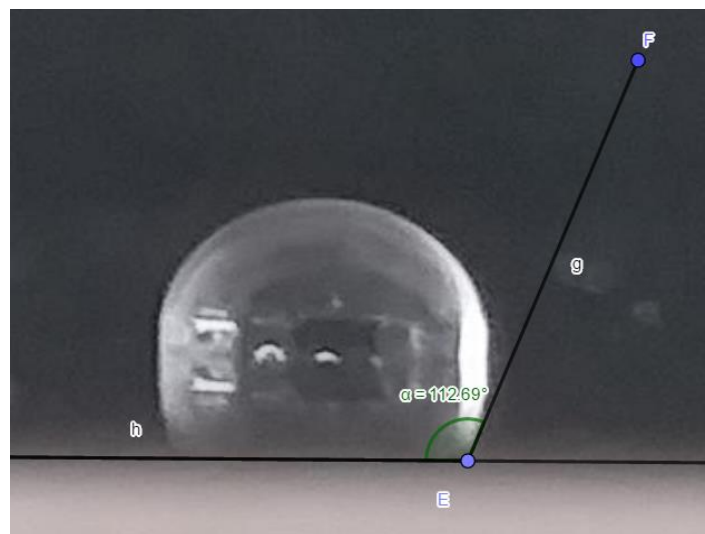
(圖十)

## 三、三種不同表面的接觸角：

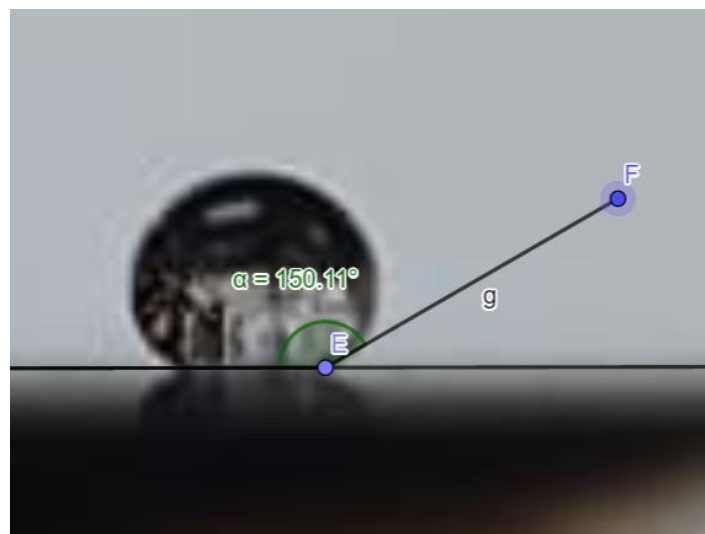
下三圖為一般金屬表面(圖十)、奈米疏水表面(圖十一)以及碳黑塗層(圖十二)的接觸角，其接觸角分別是  $64.64^\circ$ 、 $112.69^\circ$  和  $150.11^\circ$ ，由此發現奈米疏水塗層確實有疏水性( $>90^\circ$ )，但卻不及碳黑塗層，而且碳黑塗層也的確有資格被稱為超疏水塗層( $>150^\circ$ )。也可由此得知一般金屬球及奈米疏水塗層由於其疏水性質不夠強，所以導致金屬球落入水中時無法形成氣泡。



一般金屬表面(圖十一)



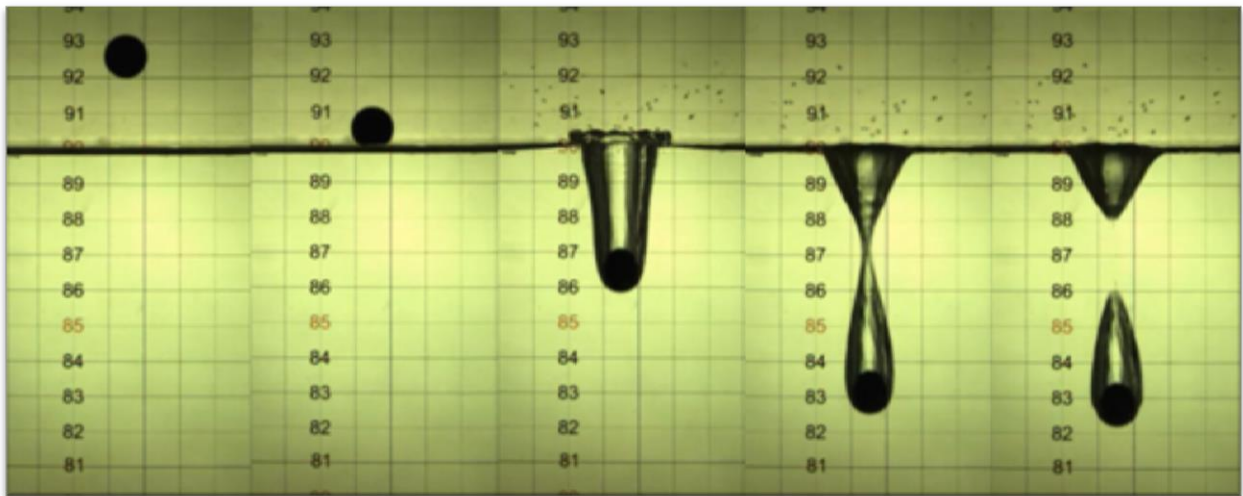
奈米塗層表面(圖十二)



碳黑塗層表面(圖十三)

#### 四、流線型的系統：

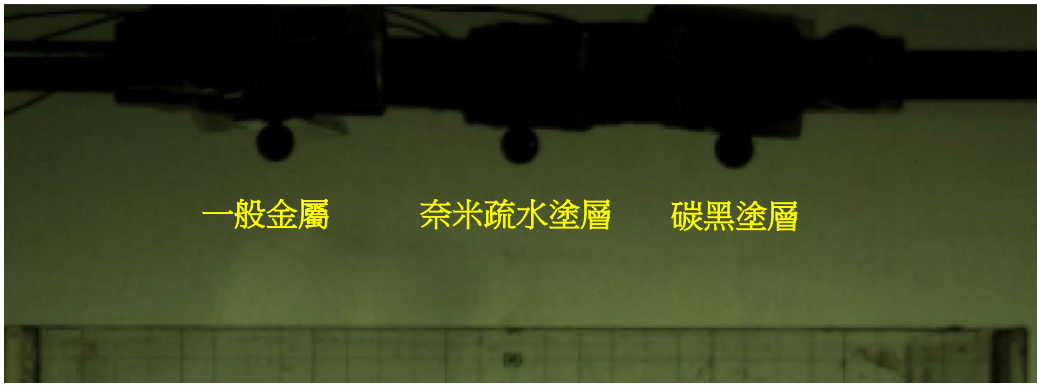
落入水中時，它會排開水並形成氣泡膜。而此氣泡因為氣體沒有固定形狀的性質，所以能夠在運動的過程改變其形狀，又因為受到系統向下運動產生的水阻力影響，使得其形狀變成流線型，因此減少系統所受的水阻力。另外，從阻力公式中可得知在相同情況下，若水阻力減少則阻力係數( $C_D$ )也隨之減少，換句話說，當氣泡長度越長，形狀越呈流線型的物體在相同情況下其 $C_D$ 越小。如(圖十四)



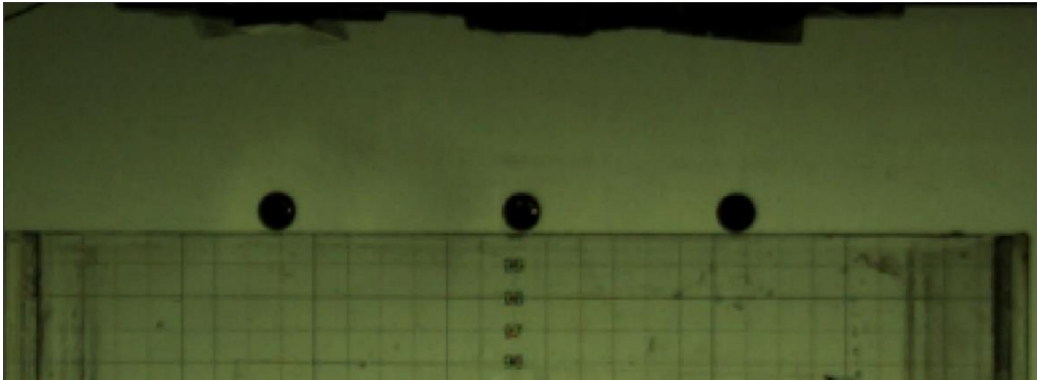
(圖十四)

#### 五、三球同時落下：

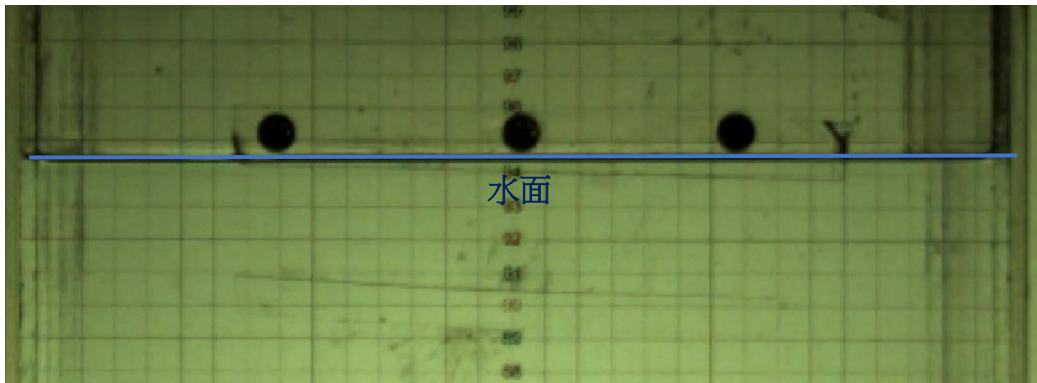
讓三種不同表面的金屬球從相同離水面高 10cm 的地方同時落下，並將其過程用高速攝影拍攝紀錄之。可以清楚地發現到三者離開電磁鐵落下後同時接觸水面，接著一般以及奈米疏水塗層的金屬球直接穿透水面繼續落下，然而碳黑塗層的金屬球則是會受到水的表面張力還有浮力的影響，相較其他兩者減速。但是之後可以發現到碳黑金屬球在形成氣泡包覆自己且脫離水表面之後，相較其他兩者有非常劇烈的加速。如(圖十五)至(圖二十)



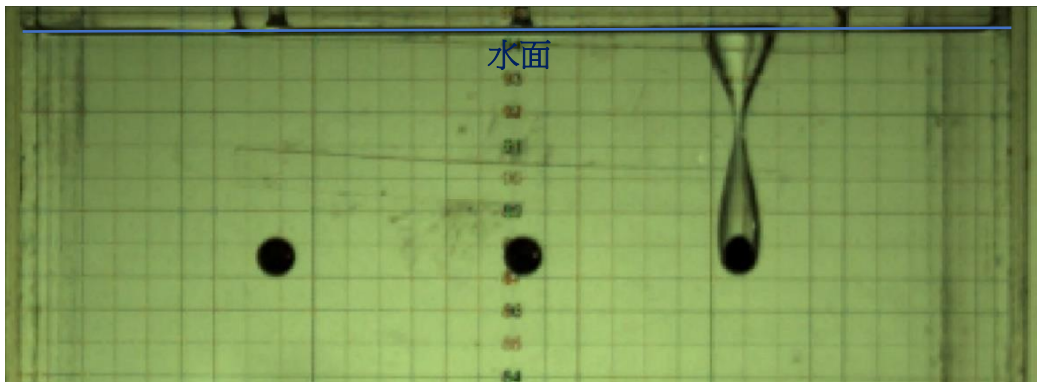
(圖十五)



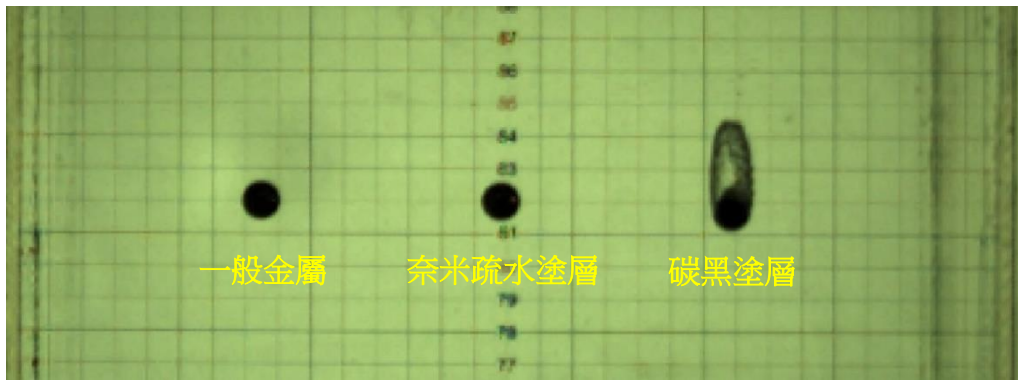
(圖十六)



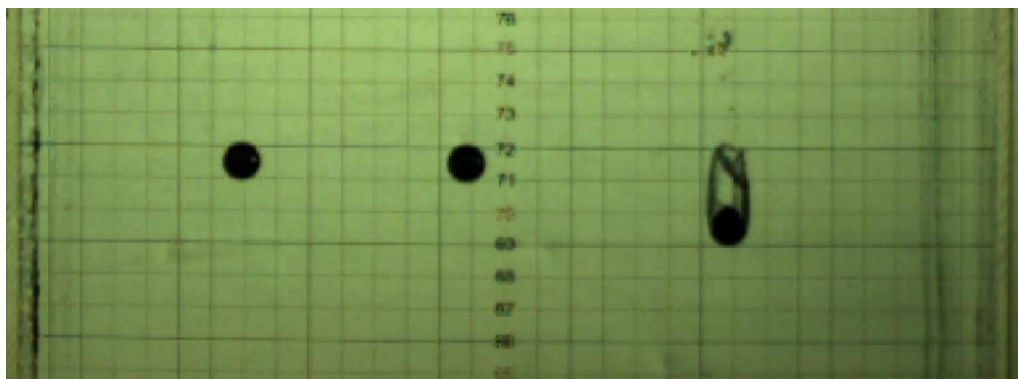
(圖十七)



(圖十八)



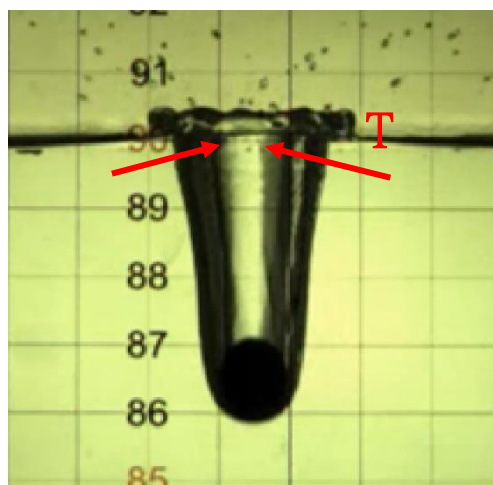
(圖十九)



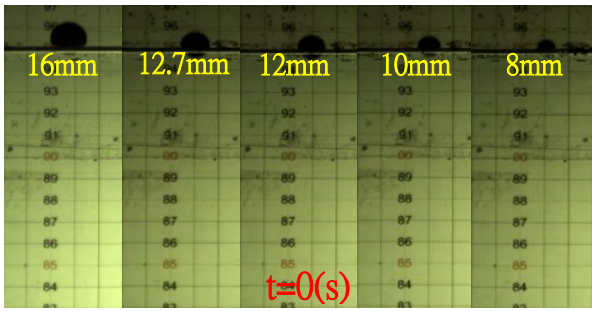
(圖二十)

#### 六、氣泡形成的時間：

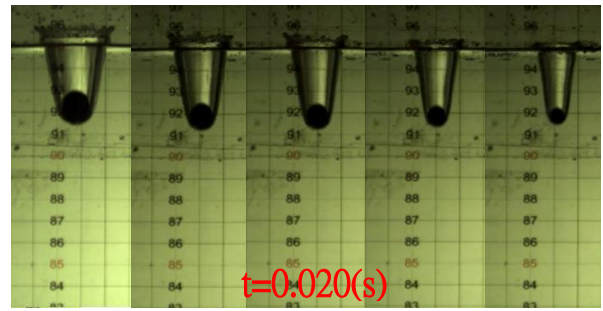
我們使用高速攝影機在每秒 1000 幀的影格率下捕捉不同大小且附上碳黑的金屬球從空氣中落入水中時的運動情形，可以清楚地看到金屬球在接觸到水的瞬間會將水排開，接著由於水的表面張力( $T$ )使得水會有想縮回的傾向。當水的表面張力維持不變，而金屬球的截面積越大，排開的水會彼此離得越遠，因此水再縮回來的時間就越久。如(圖二十一)至(圖三十三)



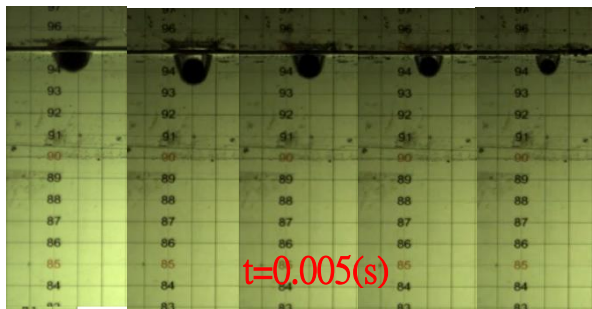




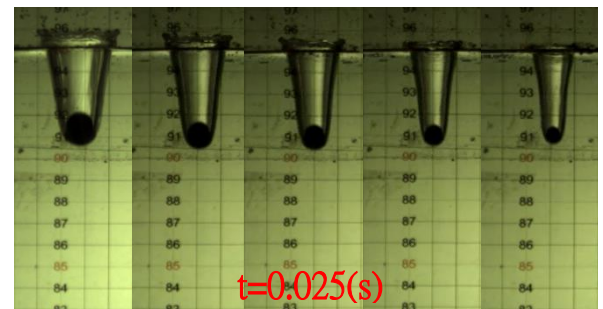
(圖二十一)



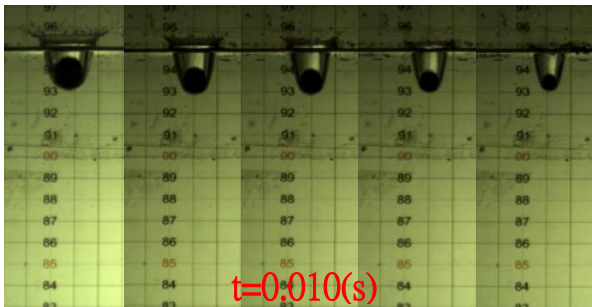
(圖二十五)



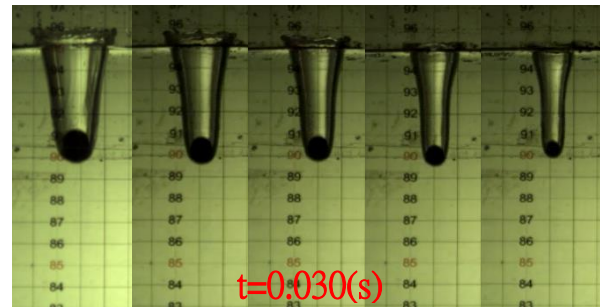
(圖二十二)



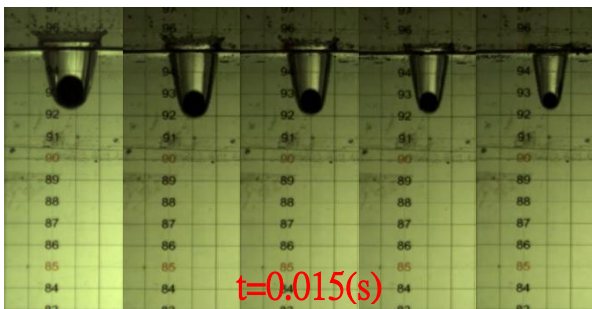
(圖二十六)



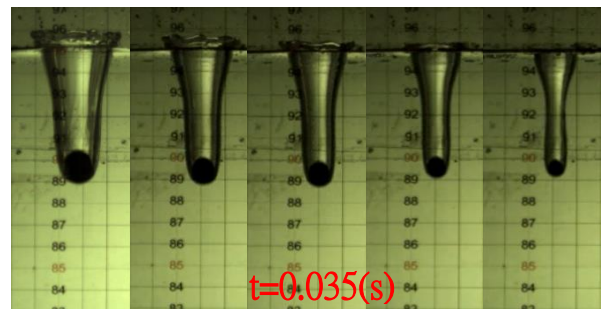
(圖二十三)



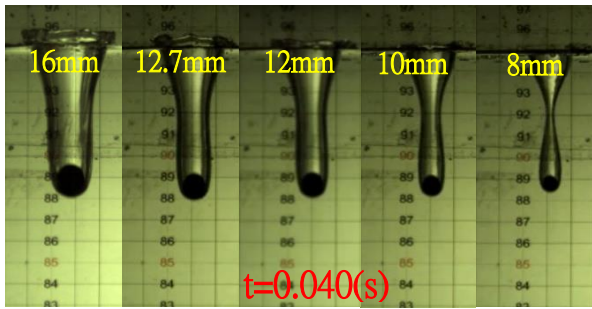
(圖二十七)



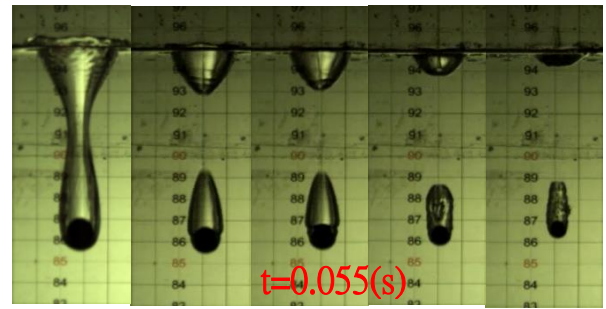
(圖二十四)



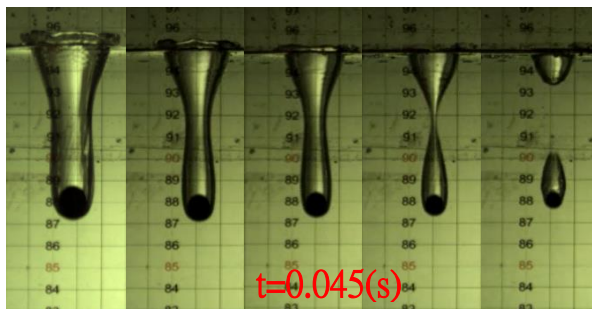
(圖二十八)



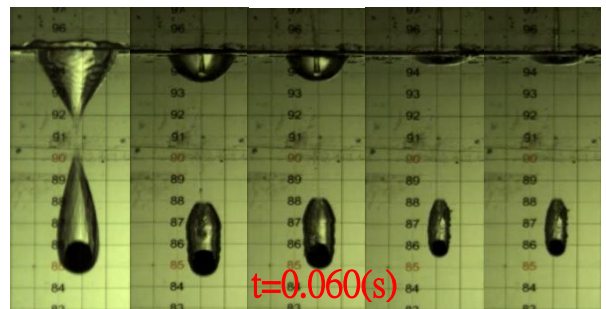
(圖二十九)



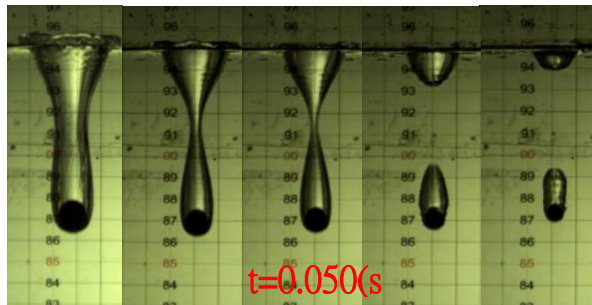
(圖三十二)



(圖三十)



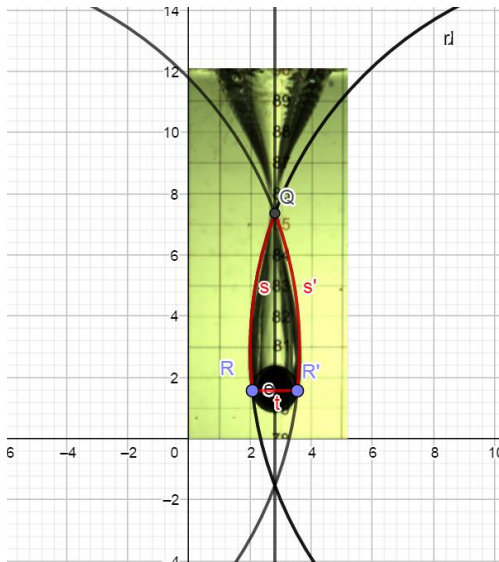
(圖三十三)



(圖三十一)

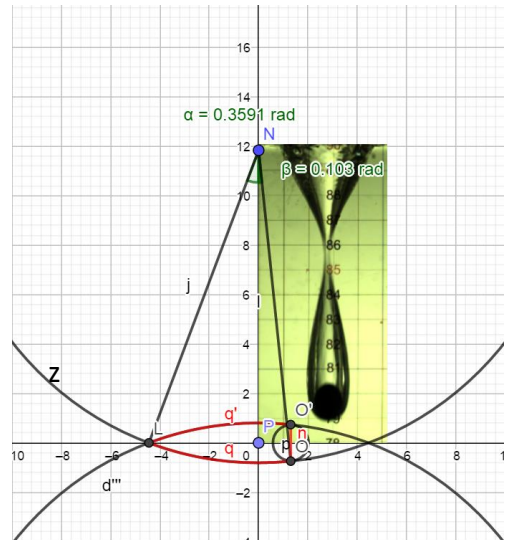
### 七、氣泡體積積分方法：

利用數學軟體 GeoGeBra 畫出三個圓，以近似出水滴狀泡膜的圖形(圖三十四)，再將其平移至 x 軸上(圖三十五)。並利用積分求出紅色區域的體積，最後在加上半球的體積，就可以求出整個系統的體積。



(圖三十四)

平移後  

(圖三十五)

積分公式代號定義：

$C_1$  : L 點之 X 座標的值     $C_2$  : O 點之 X 座標的值    R : 圓 z 之半徑

A : 圓 z 之圓心(K 點) Y 座標的值     $\theta_1$  :  $\angle \alpha$  ( $\angle LNP$ ) (取負)     $\theta_2$  :  $\angle \beta$  ( $\angle PNO$ )

積分公式推導：

利用圓盤法並以 X 軸作為旋轉軸，可得：

$$\pi \int_{C_1}^{C_2} y^2(x) dx$$

由  $x^2 + (y - A)^2 = R^2$  可移項得知  $(y - A)^2 = R^2 - x^2$ ，

開根號後，取負值並移項後得  $y = A - \sqrt{R^2 - x^2}$  並帶入原式：

$$\pi \int_{C_1}^{C_2} (A - \sqrt{R^2 - x^2})^2 dx$$

展開式子：

$$\pi \int_{C_1}^{C_2} (A^2 + R^2 - x^2 - 2A\sqrt{R^2 - x^2}) dx$$

將式子拆解並把 2A 提出：

$$\pi \int_{c_1}^{c_2} (A^2 + R^2 - x^2) dx - 2A\pi \int_{c_1}^{c_2} (\sqrt{R^2 - x^2}) dx$$

因為  $x = R \sin \theta$ ，所以可將  $\sqrt{R^2 - x^2}$  替換成  $R^2 \cos^2 \theta$ ，且  $dx = R \cos \theta d\theta$ ，代入後得：

$$\pi \int_{c_1}^{c_2} (A^2 + R^2 - x^2) dx - 2A\pi \int_{\theta_1}^{\theta_2} (R^2 \cos^2 \theta) d\theta$$

利用半角公式將  $\cos^2 \theta$  換為  $\frac{\cos 2\theta + 1}{2}$ ，且因為  $d\theta' = d2\theta$ ，所以  $\frac{1}{2}d\theta' = d\theta$ ：

$$\pi \int_{c_1}^{c_2} (A^2 + R^2 - x^2) dx - 2A\pi \int_{\theta_1}^{\theta_2} \left(\frac{\cos 2\theta' + 1}{2}\right) \times R^2 \frac{1}{2} d\theta'$$

將公式整理可得：

$$\pi \left( A^2 x + R^2 x - \frac{1}{3} x^3 \right) \Big|_{c_1}^{c_2} - \frac{R^2 A \pi}{2} (\sin 2\theta + 2\theta) \Big|_{\theta_1}^{\theta_2}$$

## 捌、 結論

一、

- (一) 半徑相同且附上碳黑的金屬球落入水中時，球會排開水並形成氣泡包覆自己，且在不同的落水瞬時速度( $v_0$ )之下，形成氣泡所需時間( $t$ )相同。
- (二) 氣泡形成時間( $t$ )與金屬球半徑( $R$ )之關係為  $t = 0.0195R^{0.55}$ ，故  $R$  越大， $t$  就越大。
- (三) 相同半徑的金屬球因為形成氣泡時間( $t$ )相同，所以實驗中直徑相同且附上碳黑的金屬球在  $v_0$  增加時，所產生的氣泡長度( $L$ )和氣泡體積( $V$ )都會增加。
- (四) 實驗中當  $v_0$  為 2.62m/s 時，在附上碳黑的金屬球的直徑由 8mm 變為 12mm 的情況下，其純氣泡體積( $V$ )變化率為 315.3%。

二、

- (一) 由第一點之結論可得純氣泡體積  $V(\text{cm}^3) \cong 0.0147 * v_0^{0.9728} (\text{m/s}) * R^{2.7068} (\text{mm})$

三、

- (一) 原本同一物體在水中的終端速度( $v_t$ )應該維持定值，但因為碳黑塗層而造成落入水面的金屬球被氣泡包覆，導致其阻力係數變小，所以  $v_t$  與  $v_0$  呈正相關。
- (二) 實驗中當  $v_0$  相同時，若附上碳黑的金屬球直徑越大則  $v_t$  越大，以實驗結果中最顯著  $v_0=2.42\text{m/s}$  為例，當金屬球直徑由 8mm 變為 12mm 時  $v_t$  的上升率可達 26.3%。

(三) 因為  $L$  和  $v_0$  呈正相關，且  $L$  越長系統形狀越接近流線型，而形狀越流線則  $C_D$  越小，所以  $v_0$  和  $C_D$  兩者呈負相關。

(四) 實驗中當  $v_0$  從 0.99m/s 變為 2.62m/s 時， $C_D$  有最明顯的變化，例如直徑 10mm 且附上碳黑的金屬球，其  $C_D$  減少率為 86.0%。

#### 四、

(一) 因為超疏水的碳黑塗層造成金屬球被氣泡包覆，使系統形狀改變並呈流線型，所以僅具有普通疏水性所以產生不了氣泡的奈米疏水塗層與一般金屬球的  $C_D$  沒有顯著差異。

(二) 附上碳黑的金屬球，相較其他兩者，其  $C_D$  減少甚多，而且當  $v_0$  越大  $C_D$  相差越大，尤其在落水速度為 2.62m/s 時，阻力係數較一般金屬球減少了 87.2%。

(三) 直徑為 12mm 的金屬球在不產生氣泡的情況下，不論表面為何種材質，其阻力係數 ( $C_D$ ) 無顯著差異，且  $C_D$  值約略等於 0.525。

### 玖、參考資料

一、Ivan U. Vakarelski, Evert Klaseboer, Evert Klaseboer, Aditya Jetly, Mohammad M. Mansoor, Andres A. Aguirre-Pablo, Derek Y. C. Chan, Sigurdur T. Thoroddsen. (2017), Science Advances.

*Self-determined shapes and velocities of giant near-zero drag gas cavities*

二、阻力。維基百科。取自 <https://zh.wikipedia.org/zh-tw/%E9%98%BB%E5%8A%9B>

三、阻力係數。維基百科。取自

<https://zh.wikipedia.org/wiki/%E9%98%BB%E5%8A%9B%E4%BF%82%E6%95%B8>

四、許景茹，劉暢(2018) • 翻滾吧水滴－奈米碳黑砂紙疏水性質與水滴在其表面滾動機制之探討 • 中華民國第 58 屆中小學科學展覽會 • 取自

<https://www.ntsec.edu.tw/Science-Content.aspx?cat=12949&a=6821&fld=&key=&isd=1&icop=10&p=1&sid=15244>

五、黃橋高，潘光，武昊，湖海豹，宋保維(2011) • 超疏水表面減阻水洞實驗及減阻機理研究 • 實驗流體力學第 05 期 • 取自 <http://mall.cnki.net/magazine/article/LTLC201105005.htm>