

第十八屆旺宏科學獎

成果報告書

參賽編號：SA18-530

作品名稱：水中魔鬼—物體上浮時的阻力變化

姓名：邱品嘉

關鍵字：液體阻力、運動學、流體

摘要

本實驗討論圓板自水中上升至離開水面的運動過程，討論不同尺寸圓板、自不同深度上升，在離開水面時的運動變化。而相同圓板以相同的速率離開水面，因深度的不同，越深的情況所到的阻力也越大。透過不同形狀、大小的壓克力板討論其面積不僅影響在水中運動的阻力，同時也影響離開水面時的受力大小。

而藉由高速攝影機，我們可以拍攝圓板在水中流體的動向。接近水面的水會被圓板挾帶離開水面，減速形成水包，在水包破裂的瞬間圓板開始加速上升，透過流體的形狀與流體力學的基本假設合理推測，圓板在一定的速率下離開水面，可能為大氣壓力造成減速行為。

最後加入洗碗精改變水的表面張力及使用沙拉油作為離開時的表面，分析受力的平均阻力，再對比其他因素如周長等，更能確信表面張力對於壓克力板脫離水面時的影響有限。

壹、 研究動機

在上完游泳課時，因為不喜歡排隊爬旁邊的梯子起來，總是從池泳旁雙手一撐，用跳的來離開泳池，跳起來的那一剎那，便會感到水中好像有一個人在用力拉著你的泳衣，想再把你拉回水中。於是好奇心使然，想要探討是什麼原因造成一股作用力把我們拉回水中。恰好高二物理實驗中有一實驗「測量斜面上滑車的加速度」，剛好可以透過高中普遍擁有的實驗裝置把物體從水中拖曳離開水面，和老師討論之後，決定使用手機錄影與並學習 Tracker 軟體來研究什麼因素造成拉力。

貳、 研究目的

在高中課程中學習到的空氣阻力問題，阻力與速度二次方成正比關係，而查詢許多科展的文獻皆假設阻力與速度成正比關係，且多為球形物體沉入水中的運動變化。若物體在上升的過程中僅受水的流體阻力及浮力，在水中的運動會和沉入過程相似。在初步的實驗中使用髮蠟的瓶蓋作為上升的物體，發現物體在接近水面時會突然減速，於是我們利用壓克力板作為上升物體，試從以下問題來探討減速的可能原因。

- 一、比較不同截面積從中水上升的運動變化。
- 二、比較不同水深其上升過程的運動變化。
- 三、討論表面張力對壓克力板離開水面時的影響。
- 四、討論壓克力板離開水面挾帶水的影響。

參、 研究設備及器材

<p>不同直徑壓克力板</p>	<p>秤片、掛鉤、圓板</p>	<p>保麗龍球</p>
		
<p>水槽</p>	<p>棉繩及鋼絲線</p>	<p>滑車</p>
		
<p>攝影機</p>	<p>防水噴霧、洗碗精、油</p>	<p>Tracker 軟體</p>
		
<p>滑車軌道、滑輪組</p>		<p>補光燈具</p>
		

肆、 研究過程及方法

採用高中實驗器材滑車裝置，盡可能的架高滑軌與桌面的角度以增加沿斜面的拉力，並在水槽的背後放置單一顏色的瓦楞版作為背景方便 Tracker 分析，利用滑車的重量拉將圓板從水中拉出，並使用相機記錄固定在繩上的小球的運動過程。

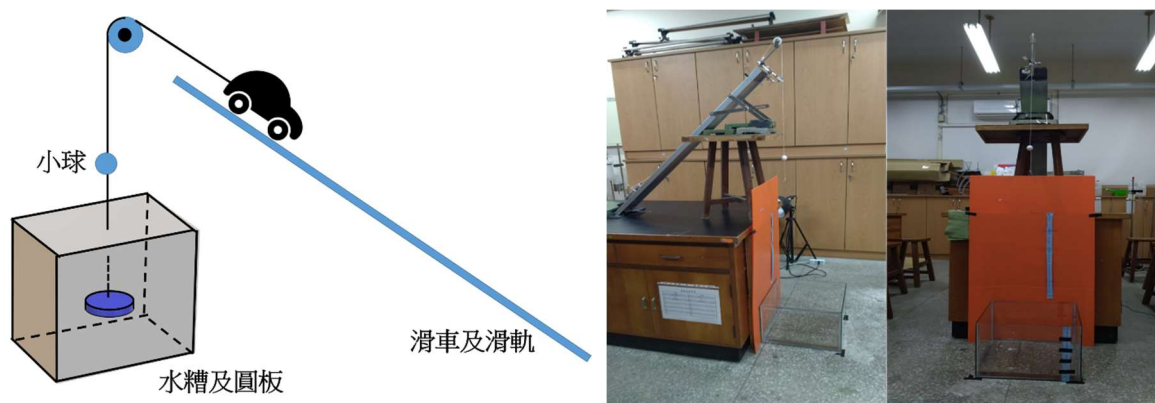


圖 1. 實驗裝置照片與示意圖

學校器材較為老舊，故實驗前先測試圓板在空氣中上升是否接近等加速度運動，不因滑車與滑軌造成實驗上的誤差，之後再將圓板移至水中固定深度進行實驗。為討論表面張力離開水面時的影響，我們嘗試加入洗碗精至水槽中，藉此降低水的表面張力的作用，也試著把圓板噴上防水噴霧進行實驗。

因為棉繩會吸水及可能伸縮的問題，所以把棉線更換成鋼絲線再重新進行一次實驗，並且加入方形的壓克力板討論其他形狀的運動過程。另外也訂制可以載水的壓克力板，討論離開水面時壓克力板上可能會挾帶水的問題。最後再論表面張力對實驗結果的影響，將油倒在水面上進行實驗。

其實驗步驟如下：

1. 將水槽加水至 24 公分高，並將直徑 12cm 圓板掛在秤片上。
2. 固定滑車在斜面上的起始位置，圓板自水下 22 公分處，快速放開滑車，盡可能使滑車自靜止下滑，錄影小球上升軌跡，重複數次。
3. 用 Tracker 軟體分析步驟 2. 之影片，記錄其運動。
4. 取直徑 10cm、8cm、6cm 圓板，重複步驟 2.~3.。
5. 更變水深 18cm、13cm、8cm，重複步驟 2.~4.。
6. 加入 9ml、18ml、36ml 洗碗精，重複步驟 2.~3.。
7. 更換並清洗水槽，將圓板噴上防水噴霧，重複步驟 2.~3.。
8. 將棉繩更換成鋼絲線，重複步驟 2.~4.。
9. 使用邊長 12cm、10cm 的方形板及可載水壓克力板，重複步驟 2.~3.。
10. 調整水深，並在水面上倒入 1cm 高的沙拉油，重複步驟 2.~3.。

伍、 研究結果與討論

一、 壓克力圓板上升的運動分析

如圖 2，從實驗結果我們把壓克力圓板從水中拉起的程過分成 3 個階段，第一個階段為圓板加速過程，第二個階段圓板達終端速率及第三階段為物體接近水面至離開水面的程過。

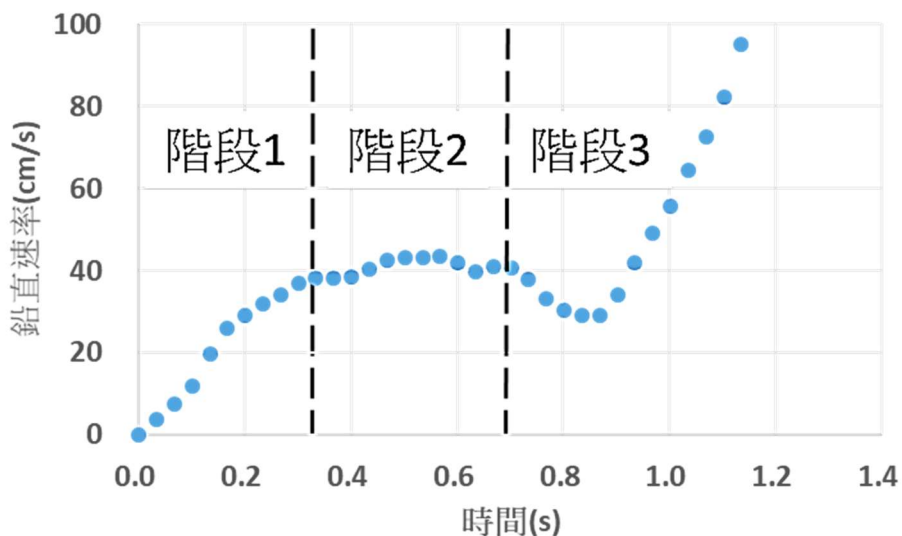


圖 2. 圓板上升過程分階段討論示意

其中第一階段與第二階段的受到滑車系統拉力，即高中滑車實驗所得合力，浮力為上下因壓力差而形成的向上力，流體阻力為物體在流體中相對運動所產生與運動方向相反的力。

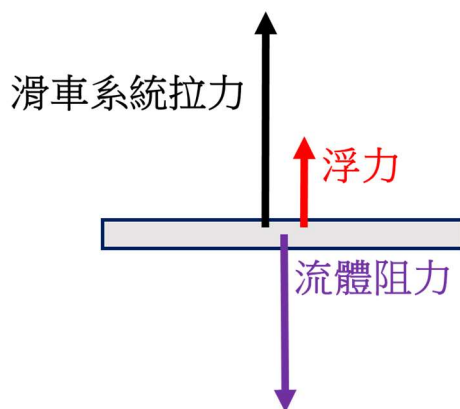


圖 3. 圓板在水中上升時受力示意圖

而其中階段 3 為水面凸起至水面破裂，而過程中水包住圓板我們稱為水包，如圖 4. 中第二張的影片截圖。

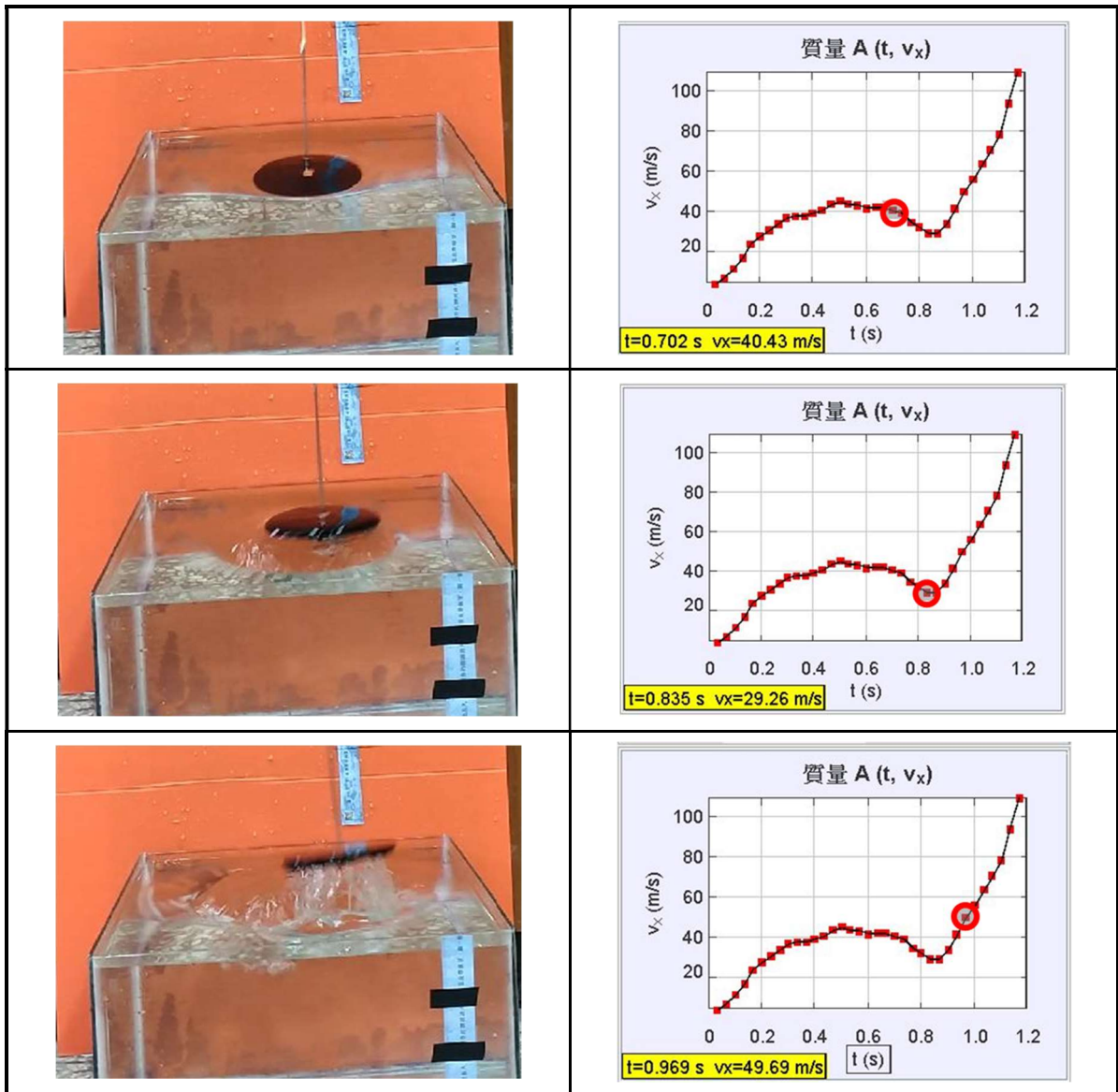


圖 4. 階段 3 離開水面的過程

而圓板接近水面可以從鉛直速率與時間的關係圖得知在突破水面時，受到一個作用力向下，使得突然減速，因此我們假設在第三階段受力情形如圖 5. 作為討論。

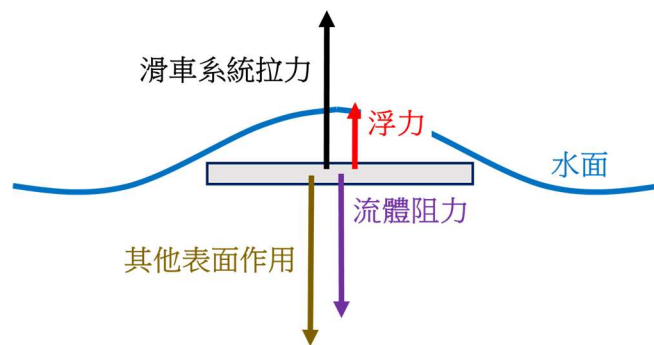


圖 5. 階段 3 示意圖

二、壓克力圓板在不同水深上升之運動與流體阻力的關係

從實驗結果可以得到直徑越大的圓板在水中越快達到終端速率，12cm 圓板其終端速率約為 40cm/s，10cm 的圓板終端速率約為 55cm/s，8cm 的圓板終端速率約為 70cm/s，而 6cm/s 圓板在水下 22 公分的最深的實驗下，其鉛直速率與時間的關係速仍未出現明顯的平台，故推測未達到終端速率。

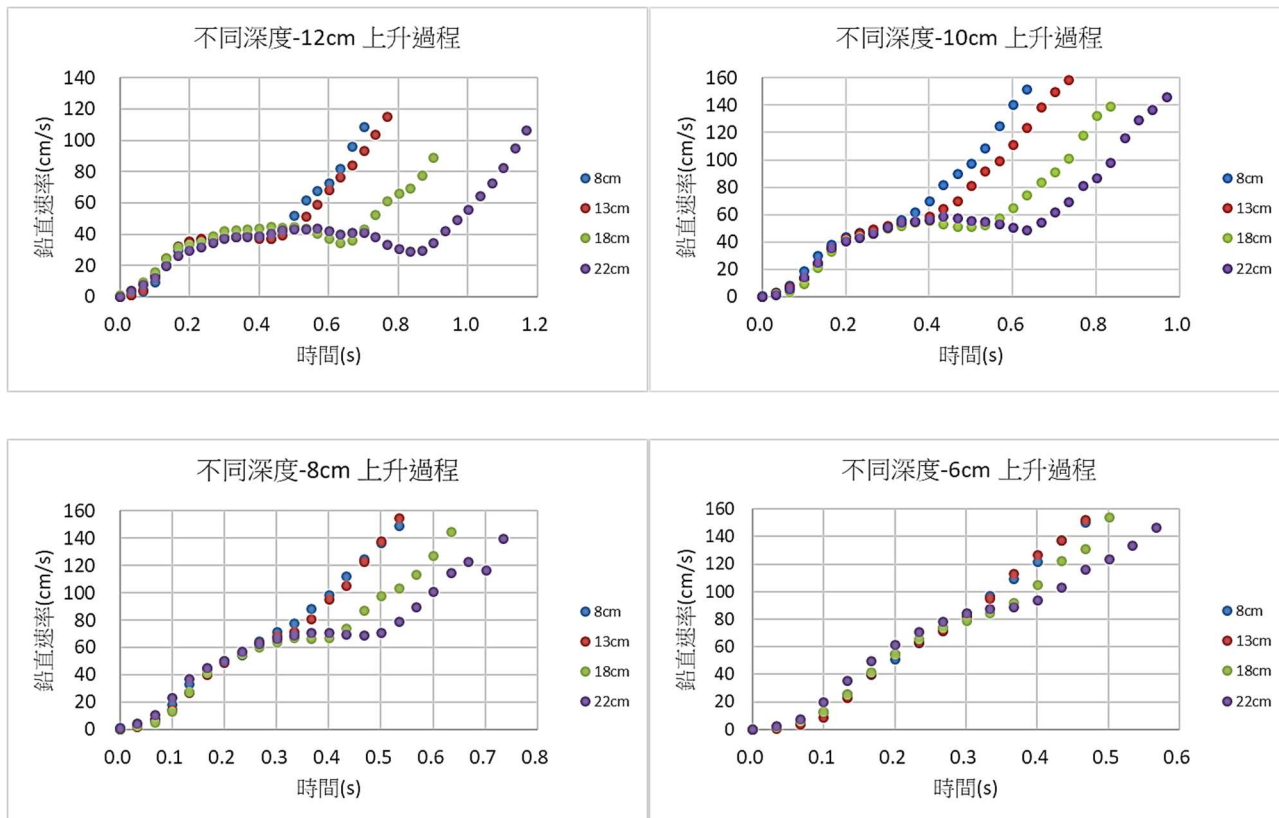


圖 6. 不同圓板在不同水深出發的上升行為

在高中滑車的實驗滑車實驗中，我們可以得到不同圓板上升時的加速度，且已知圓板體積，可以粗略計算終端速率時上升所受向上總力，即為流體阻力。雖然無法得到準確的終端速率，但仍可將阻力和面積與終端速率 1 次方乘積及終端速率 2 次方乘積比較。

圓板直徑(cm)	8	10	12
終端速率(cm/s)	70	55	40
圓板質量(g)	28.78	42.63	65.47
砝碼質量(g)	50	50	50
滑車系統加速度(cm/s ²)	433	380	335
向上總力(達因)	64929	79879	100283
Av	3.5E+03	4.3E+03	4.5E+03
Av^2	1.2E+09	7.2E+08	2.9E+08

表 1. 比較流體阻力與速率的關係

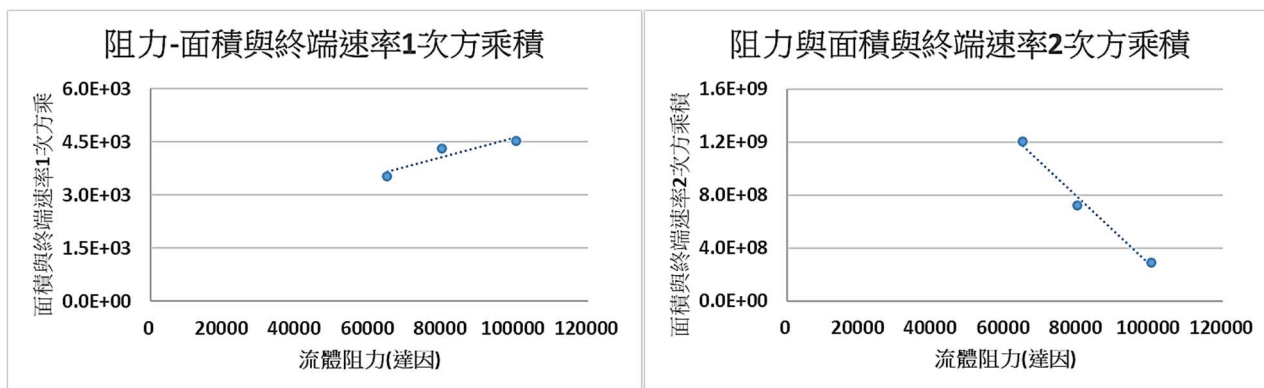


圖 7. 圓板在水中上升過程中阻力與終端速率的比較

在多數流體力學的文獻中，流體中的阻力關係式為

$$F_D = \frac{1}{2} C_D \rho A v^2$$

其中A為截面積， v 為相對於流體的速率，由實驗結果可知水中的阻力與面積與終端速率 1 次方乘積成正相關，與面積與終端速率 2 次方乘積成負相關，即阻力越大時速率越小，非常不合理，故可以推測物體在水中受到的阻力應與速率 1 次方成正相關。

其次我們由圖 6.看出，在水下 22 公分出發，直徑 12cm、10cm 的圓板在離開水面時有明顯的凹陷，也就是說面積越大的圓板所受到的阻力會越大。

三、壓克力圓板在突破水面時的運動

當圓板在達到終端速率後，在離開水面的過程中，可由深度 22cm 和深度 18cm 的實驗結果看出，圓板在離開水面時速率降低，表示此時所受合力方向向下

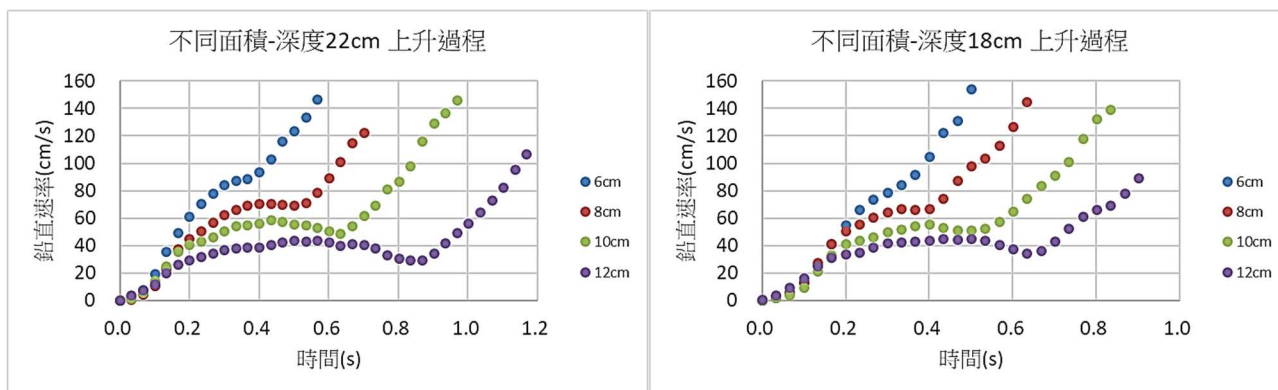


圖 8. 相同深度不同圓板上升運動的關係圖

若我們再一一比較直徑 12cm 的圓板在不同深度上升的情況，其圖中虛線表示第三階段發生的距離，由關係圖凹下去的程度可看出，即使圓板在水中的速率相同，圓板由深度越深出發時，第三階段速率有越明顯的減速行為，表示在離開水面時所受到的表面作用力越大。

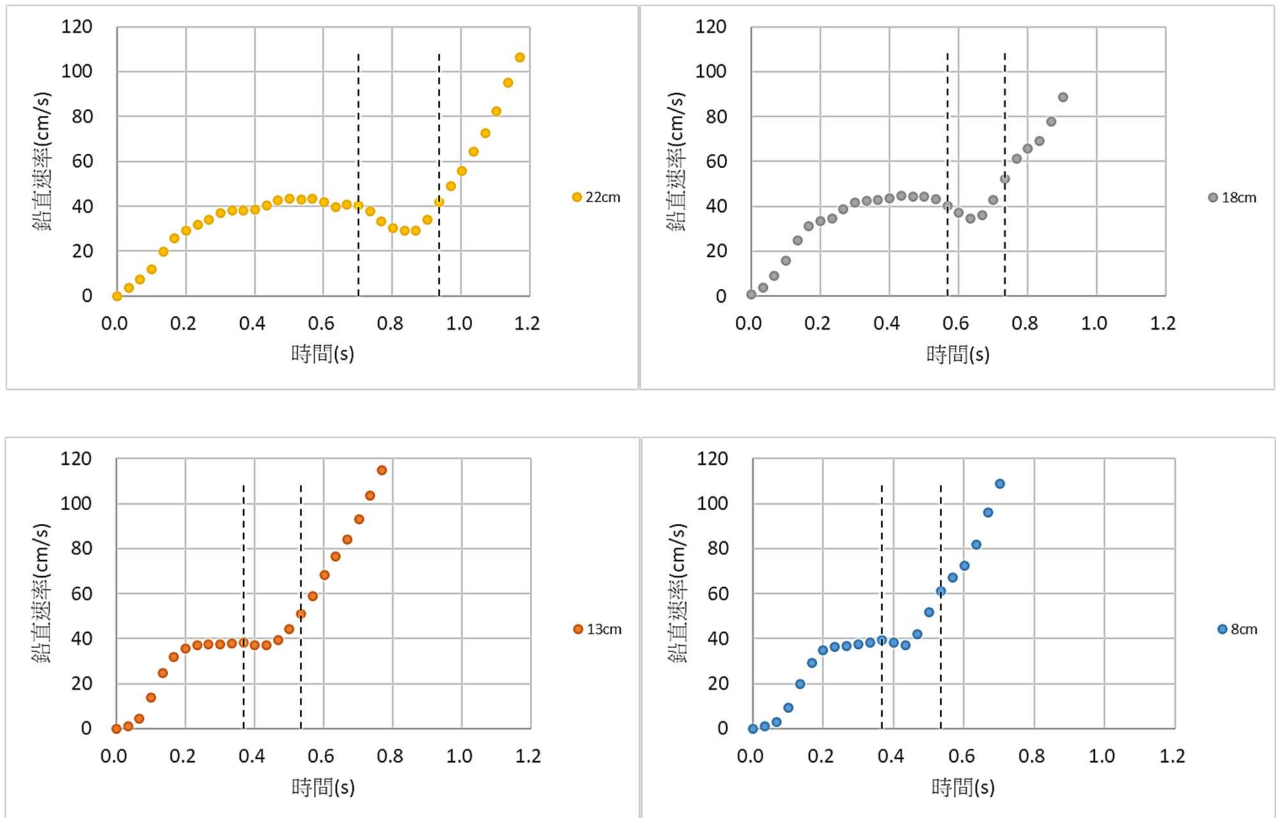
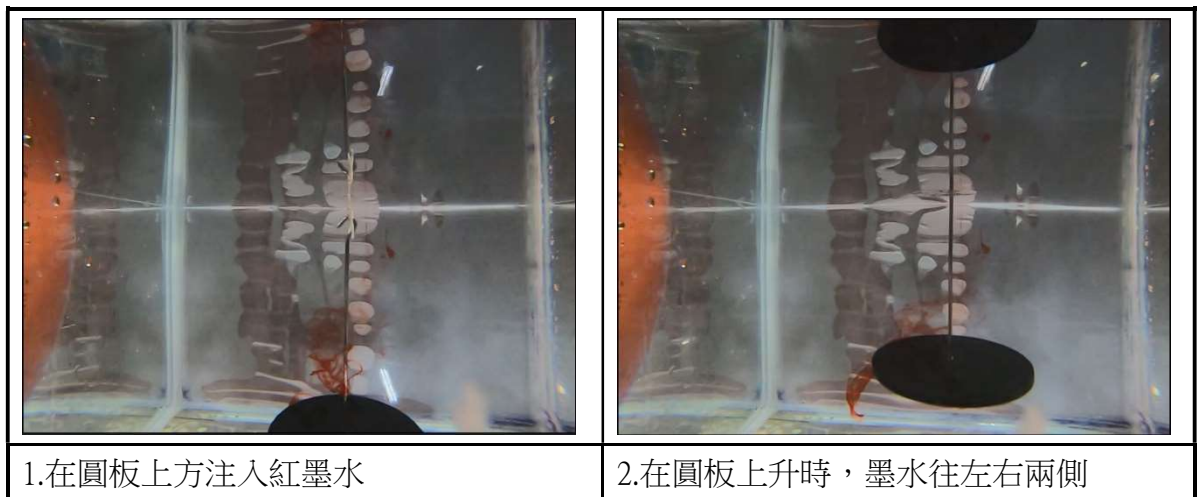


圖 9. 直徑 12cm 圓板在不同深度上升過程比較關係圖

為討論在不同深度有什麼影響，我們使用 GO-PRO 和紅墨水拍攝水中的情況，其中我們拍攝了非常多次，以比較清楚的一次為例說明，而影片中圓板看起來像歪斜是 GO-PRO 用高速攝影模式造成的扭曲。



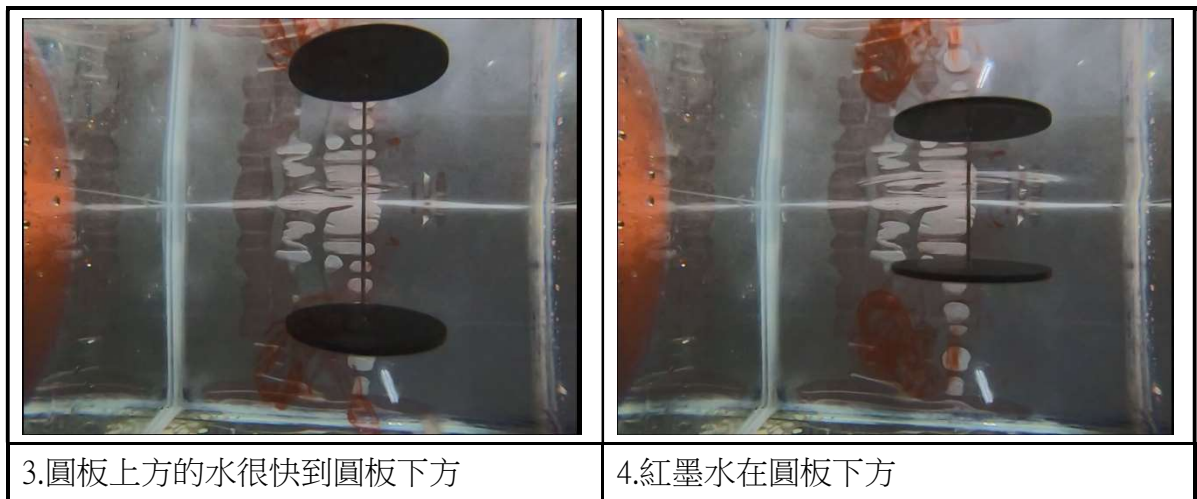


圖 10. 圓板自開始上升時水流動過程

在開始運動時，離圓板較近的水，由於圓板的速度不夠快，於是水容易順著圓板至圓板下方。

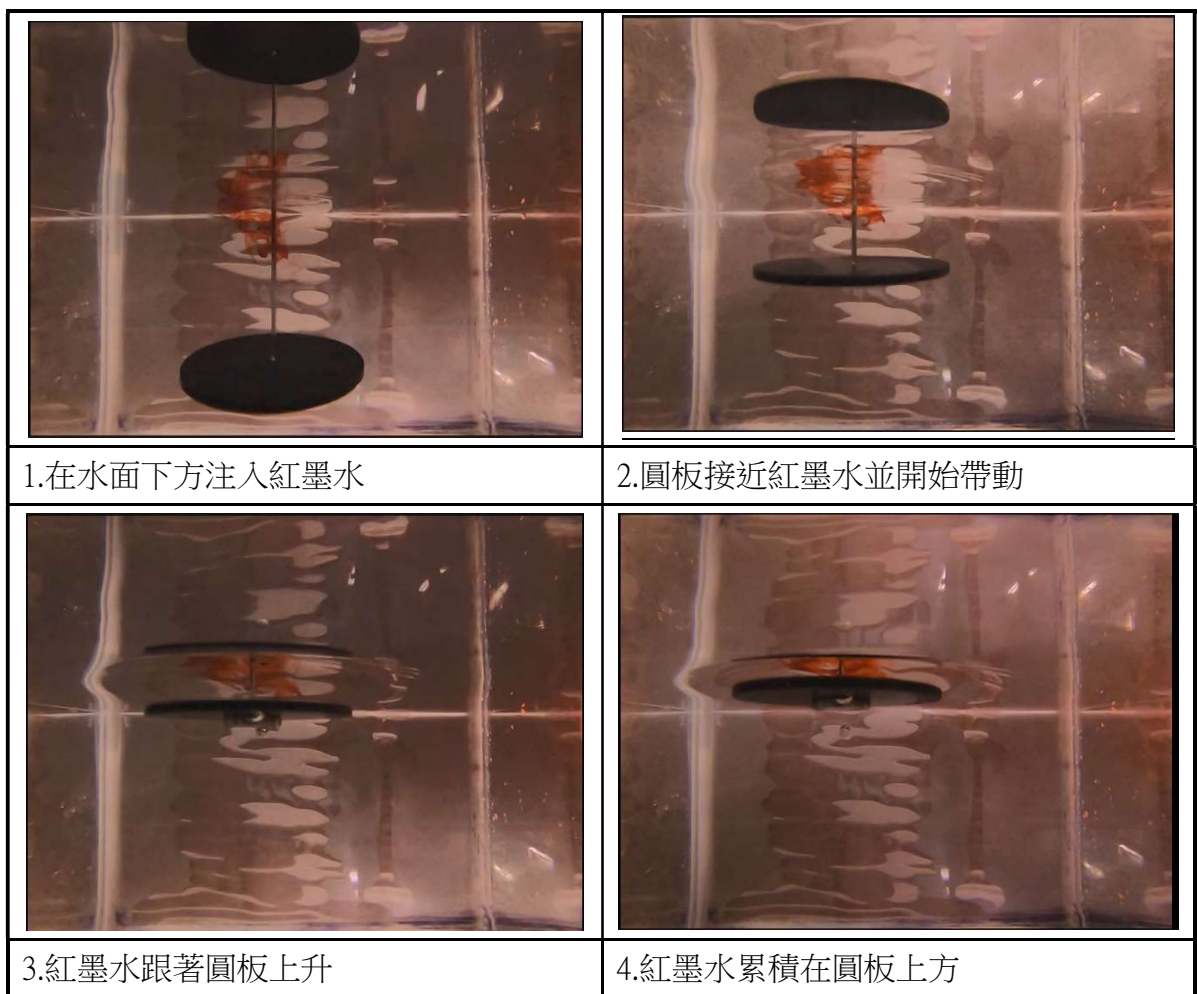


圖 11. 圓板脫離時水面附近的水流動過程

接近水面的水，從影片中可以推測，圓板具有一定速率時，水的流動會來不及順著圓板排至下方，導致部分的水累積在圓板上一起上升，此時推測水的流速降低使流體阻力減少，但此時速率不增反減。

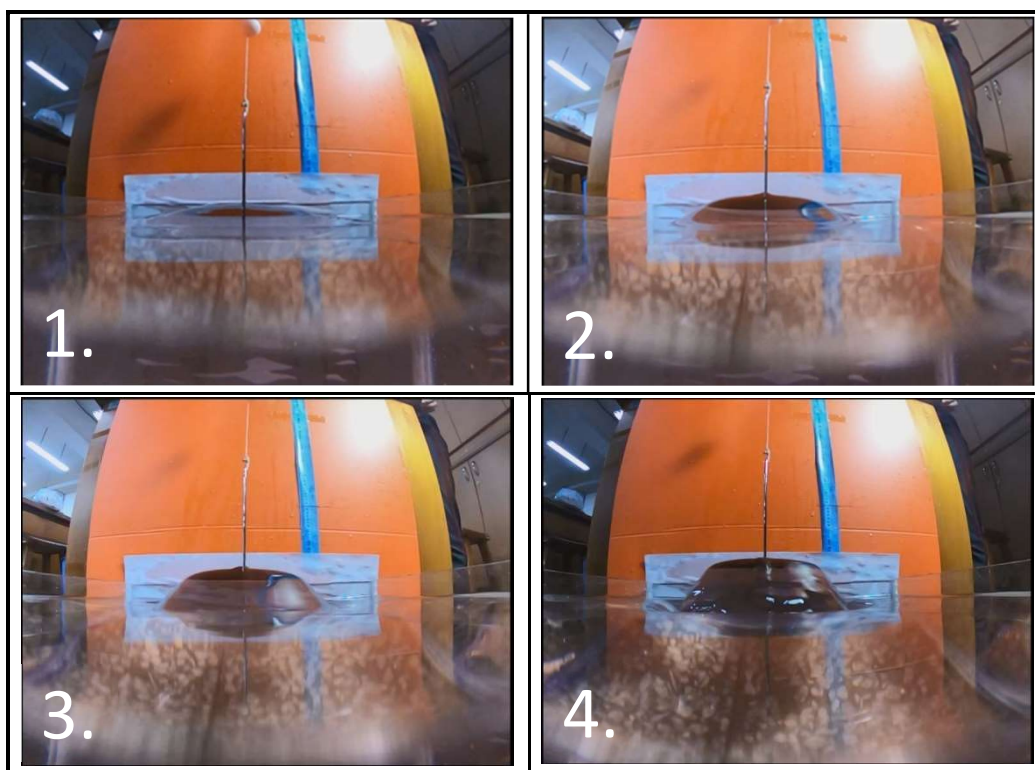


圖 12. 圓板離開水面時的運動(減速過程)

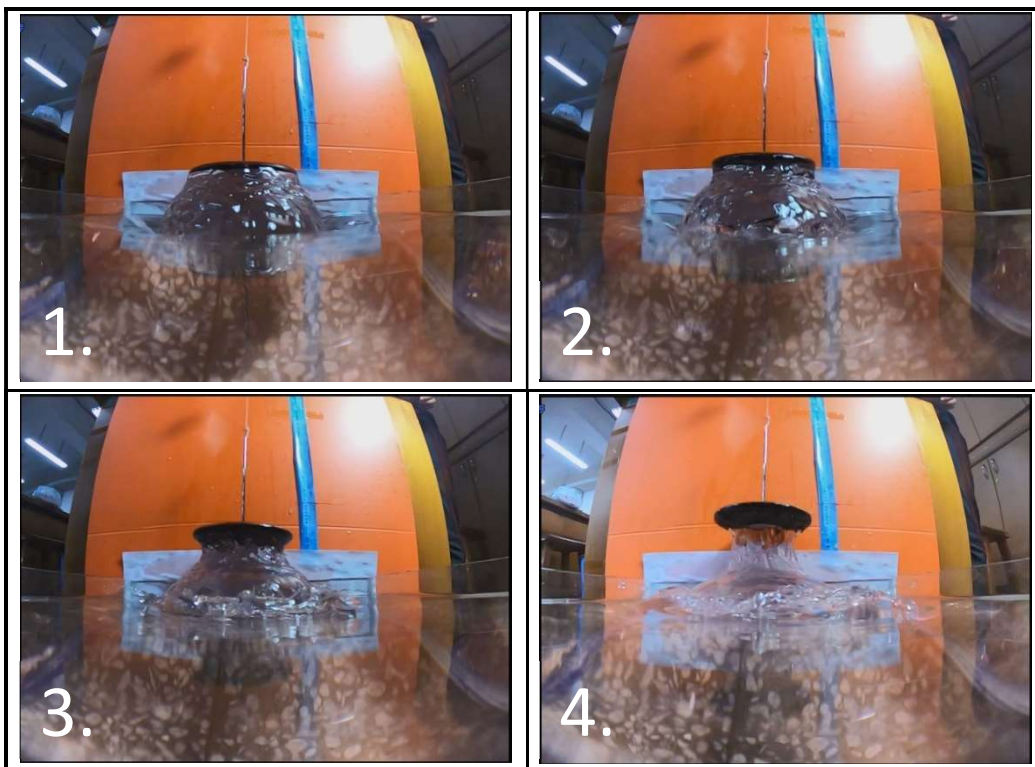


圖 13. 圓板離開水面時的運動(加速過程)

圓板在離開水面時會帶著一部分的水一起上升進而形成水包，對比先前實驗的影片，圖 12.為圓板減速的行為，圖 13.為加速程過，可以看出當水包破裂後，即水包表面出現波紋時開始加速。

四、洗碗精與防水噴霧對運動過程的影響

從圓板離開表面的過程，可以看到圓板離開時其水包周圍連接著水面，故我們猜測是水的表面張力作用，使圓板在離開水面時減速。我們採用了兩個方式來降低水的表面張力，一是將水加入洗碗精，二是在圓板噴上防水噴霧。

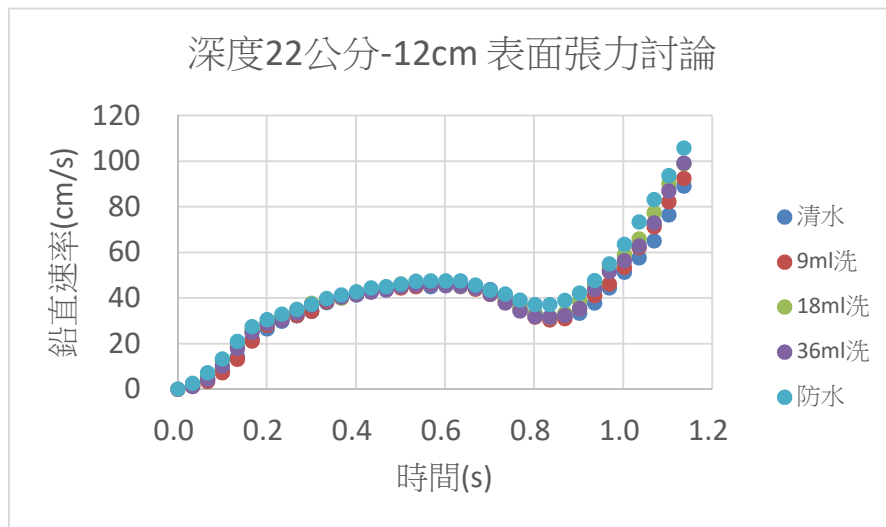


圖 14. 不同表面張力溶液直徑 12cm 圓板上升過程

從實驗結果可以看出降低表面張力後，圓板在離開水面時仍有減速的行為，可以知道表面張力影響圓板減速有限。

觀察離開水面時的運動過程，從影片中看到在離開水面時，不論是加入洗碗精及使用防水噴霧，仍然挾帶部分的水上升並形成水包，如圖 15. 及圖 16.，因此我們可以更加肯定圓板在水面減速的原因並非是表面張力所造成。

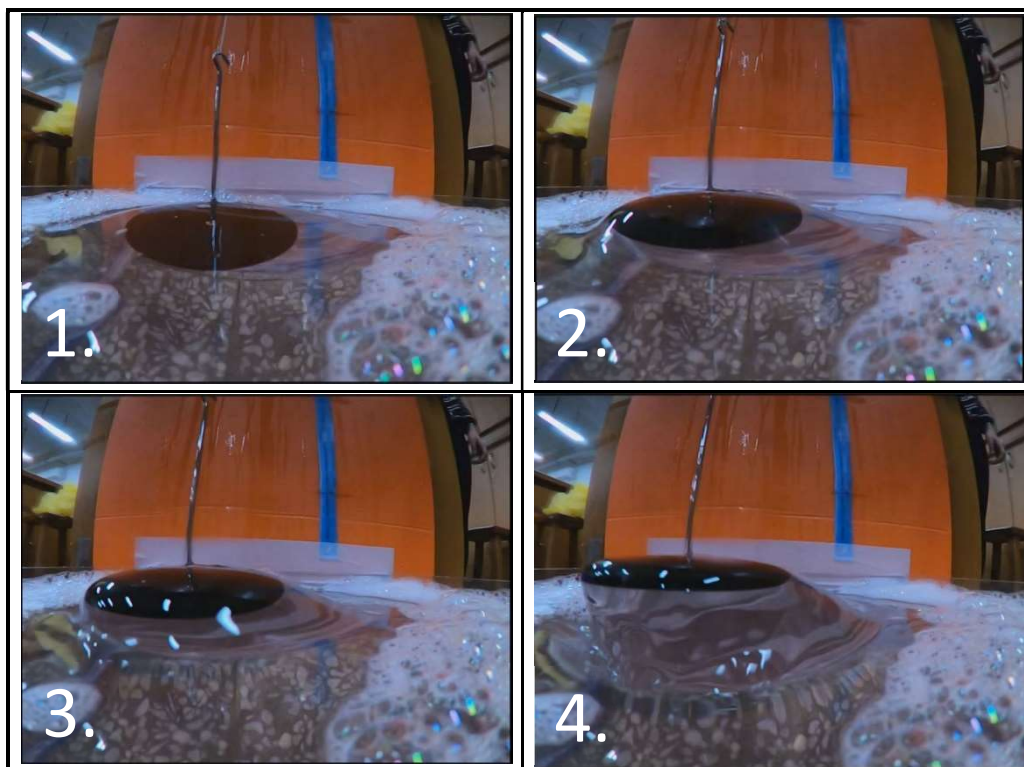


圖 15. 加入洗碗精，圓板離開水面時仍有水包的形成

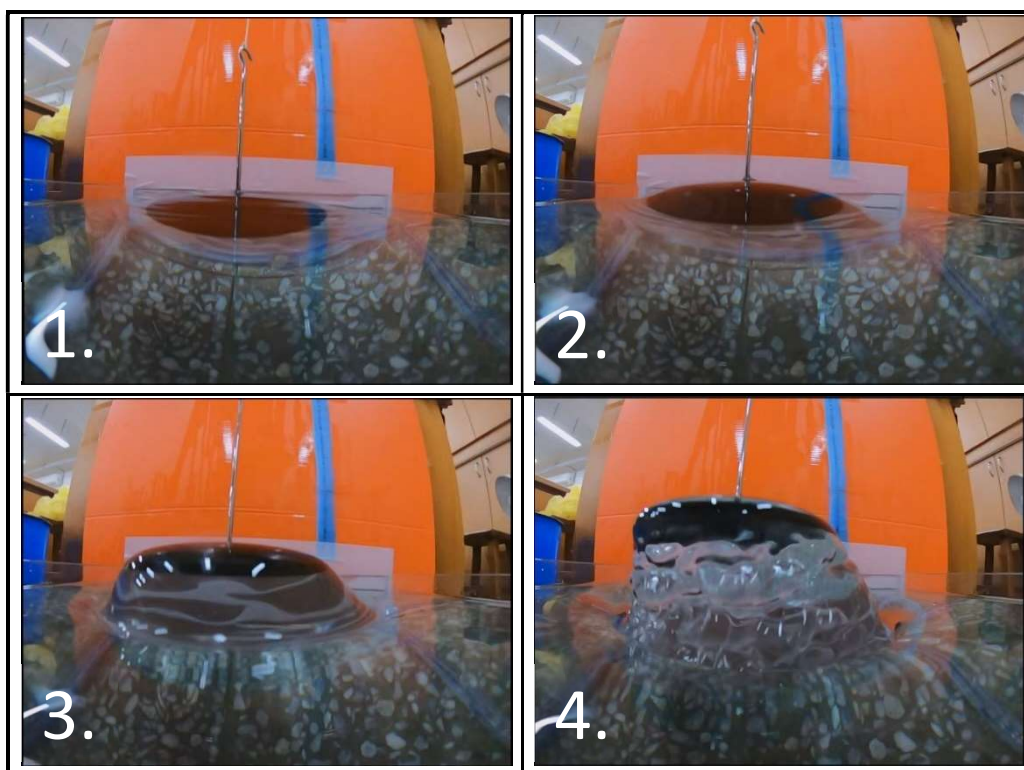


圖 16. 使用防水噴霧，圓板離開水面時仍有水包的形成

五、其他可能因素討論

若圓板離開水面的過程，水包的水持續離開圓板，圓板加上水包的質量漸減，推測在離開水面速率要持續增加，因此我們可以確定有一個很大的作用力向下，在離開水面的瞬間合力向下，反反覆覆的觀看拍攝的影片，我們注意到一件有趣的事。

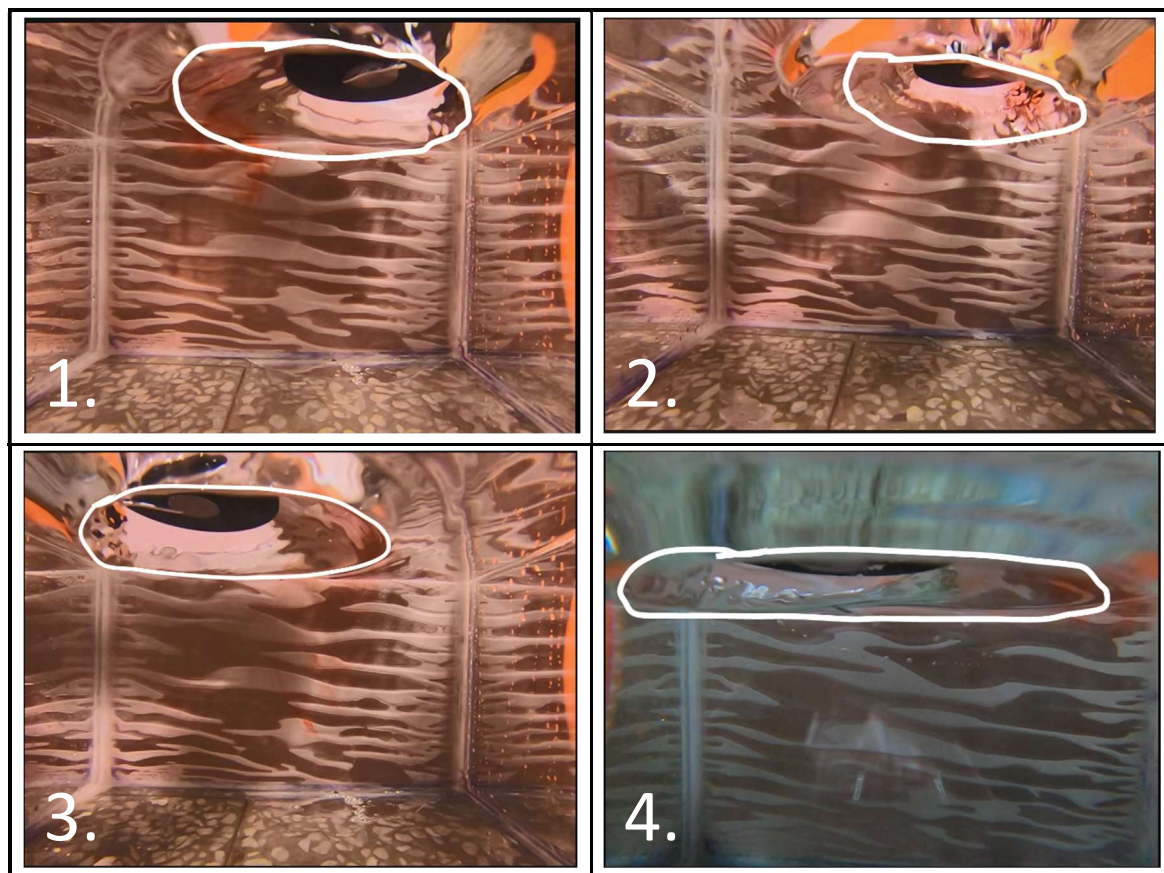


圖 17. 可能為大氣壓力，類似吸盤作用(白線為水面上升時的邊界)

因為加入墨水拍攝，拍攝數次後必須換水。由多次的實驗結果可以發現，如圖 17.，圓板在離開時水面處有一個凹陷，如白線標註處。根據流體力學的基本原理之一，質量守恆的觀點，由討論三、認為圓板上方累積部分質量的水，且在圓板離開水面時挾帶部分的水上升形成水包，因此我們推測在水包破裂前圓板的下方形成一小區域的真空，造成水包上面與圓板下方有類似吸盤的效果，如此的話，就會是大氣壓力的作用，那麼就可以在瞬間造成一股很大的作用力往下，使圓板瞬間有減速的現象。我們藉著水面上下的影片更推測有吸盤作用的存在。

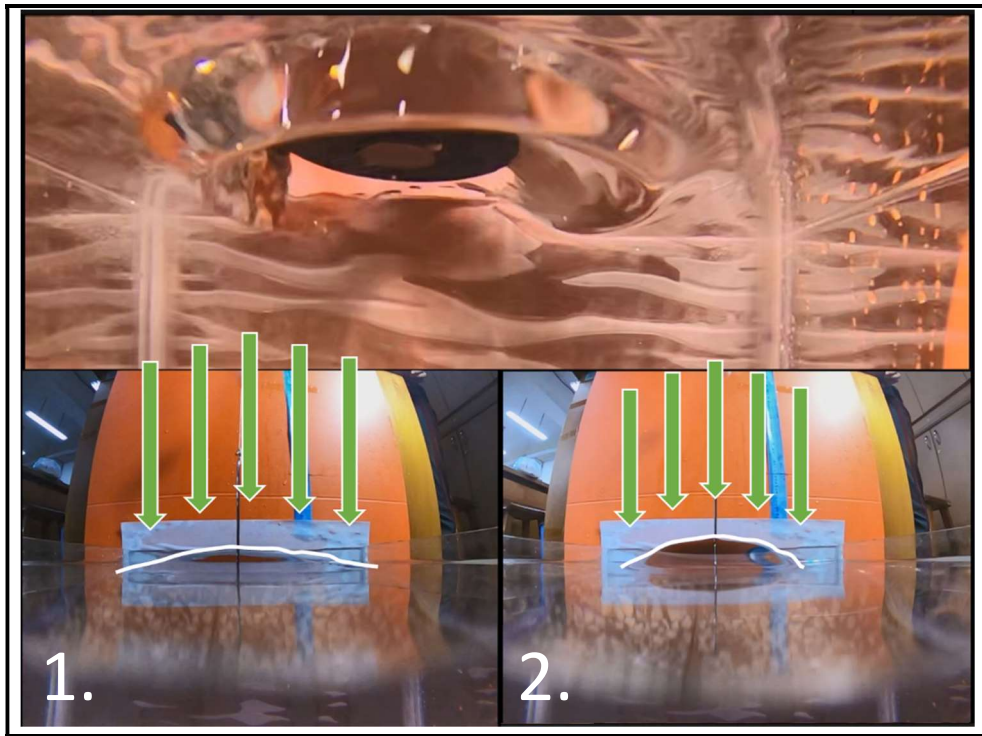


圖 18. 水面凸起，此時吸盤效應的面積大，大氣壓力作用向下

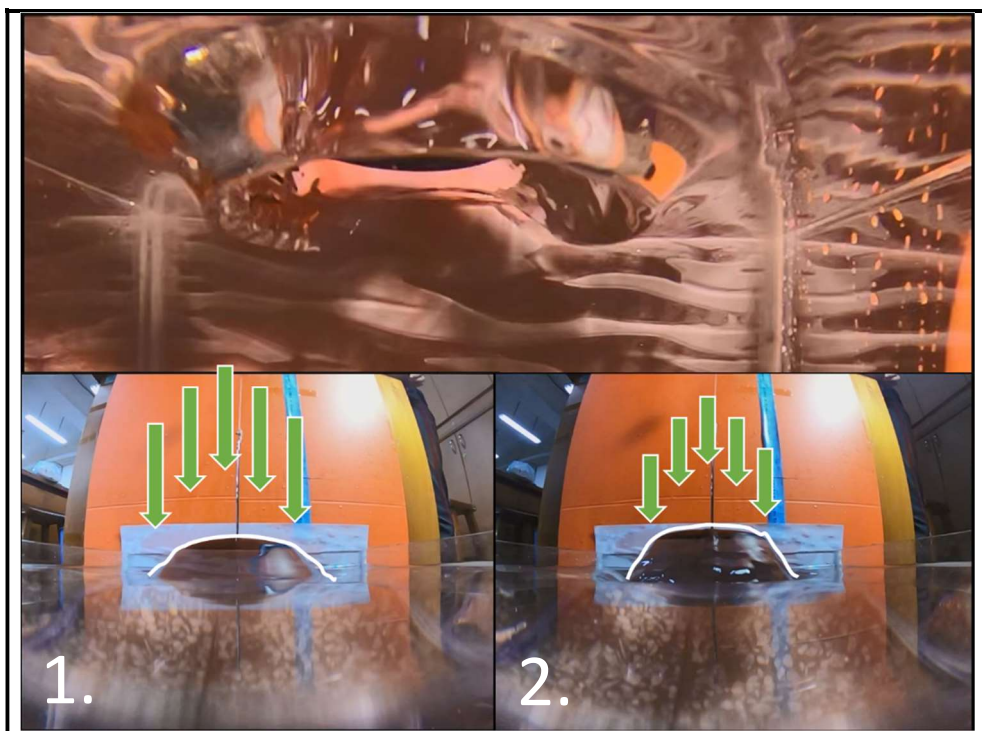


圖 19. 截面積隨著水向下流動而減少，大氣壓力減少

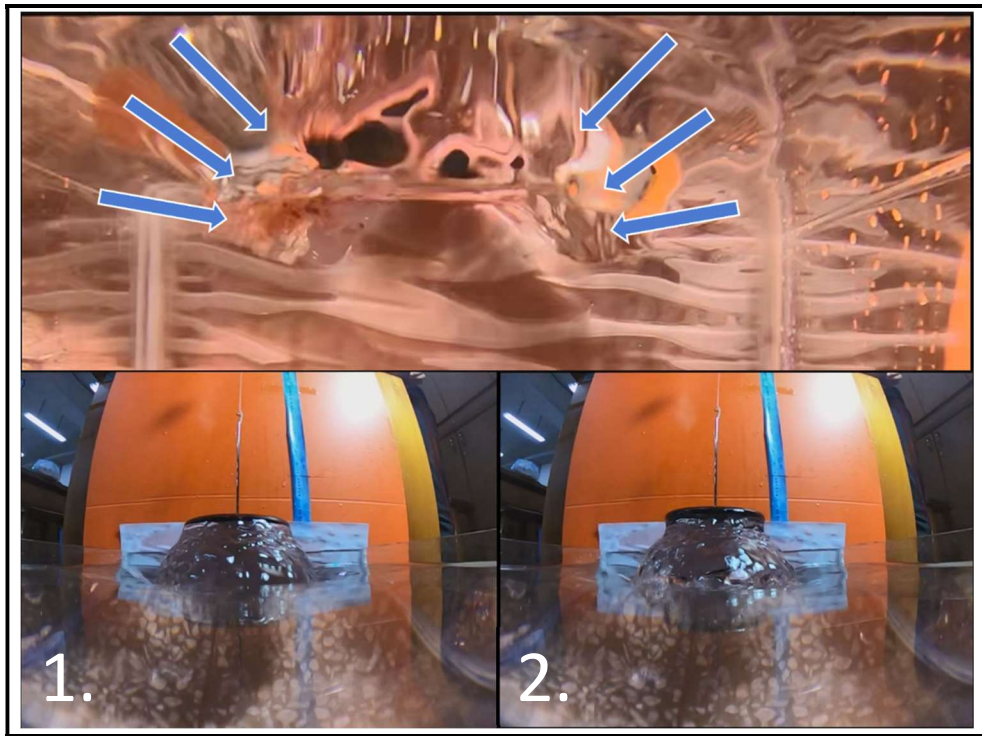


圖 20. 截面積隨著水向下流動而減少，大氣壓力減少

圓板離開水面的瞬間，此時的水面的截面積較大，壓力乘以面積的作用下，使得大氣壓力較大，在上升的過程中截面減小，大氣壓力也減少，直到水包表面出現波紋，推測此時的水向內補充，水包破裂，真空層消失，圓板又開始向上加速。由此我們也可以合理推斷不同尺寸的圓板，較小的圓板，在離開水面時形成真空層的區域較小，因此受到的阻力亦較小。因無法同時拍攝，故影片截圖不是同一次實驗過程，但由水面上下的照片可以確定圓板受到大氣壓力作用，如同把報紙平鋪在桌面上，無法快速的把報紙抽起一樣。

六、更換鋼絲線再次實驗

因為直徑 6cm 圓板實驗現象較不明顯，在更換線絲僅測量直徑 12cm、10cm、8cm 的圓板。並且使用 google 相機 app 以 60fps 拍攝討論。其結果對比討論二，直徑 12cm 的圓板在圖 21. 中都有明顯的凹陷，即在不同深度出發在離開水面時都有明顯的速度行為，而直徑 10cm 及 8cm 的圖板較無明顯的差異。另外階段 2 的平台也隨之消失，隨之看出不同面積大小在不同速率區間下，所受的流體阻力大小不同，直徑 12cm 的圓板在速率約 30cm/s 處改變斜率，直徑 10cm 及 8cm 圓板約在速率 40cm/s、50 處改變。

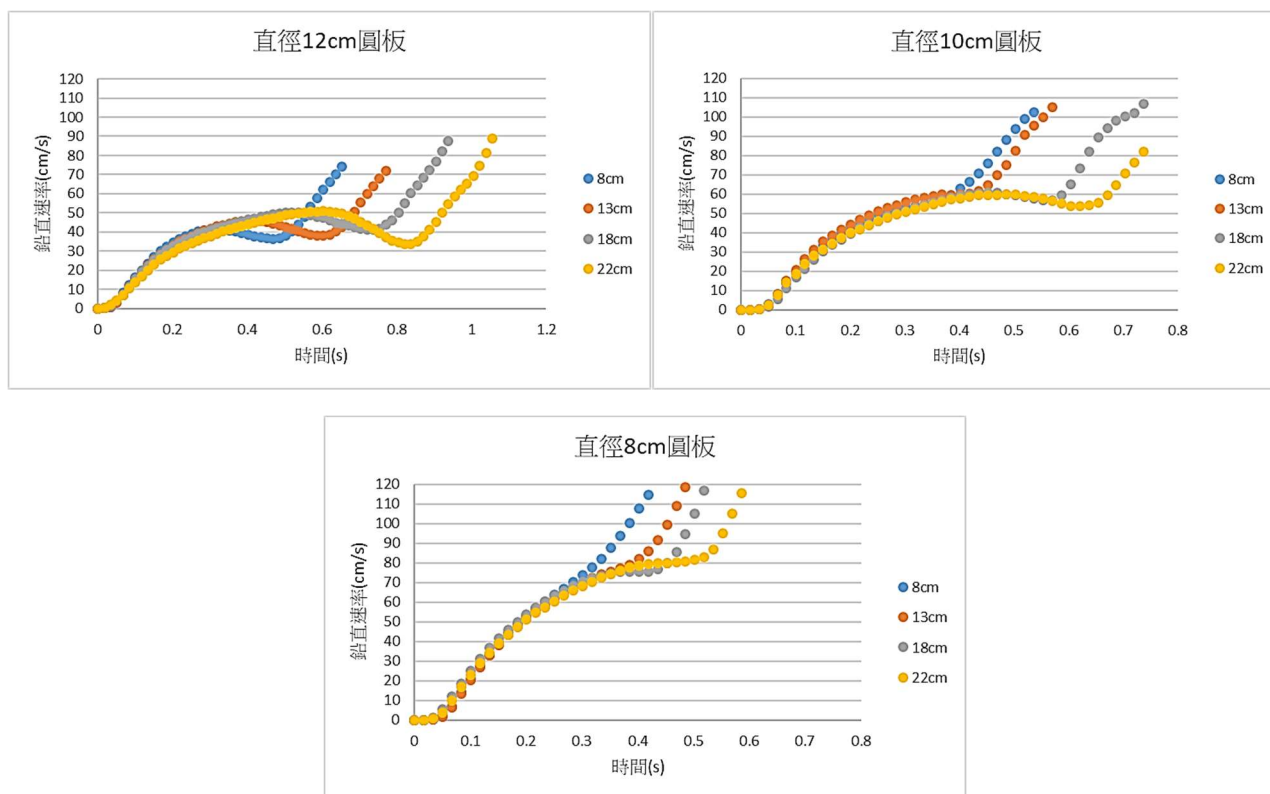


圖 21. 使用鋼絲線，不同圓板在不同水深出發的上升行為

從直徑 12cm 圓板，不同深度出發的比較仍可以發現，自深度越深處出發，在離開水面所受到的阻力也越大，這點我們可以從減速行為的斜率大小看出。自深度 22cm 出發的斜率最大，8cm 的斜率最小，但自深度 18cm 及 13cm 出發的差異性不大。

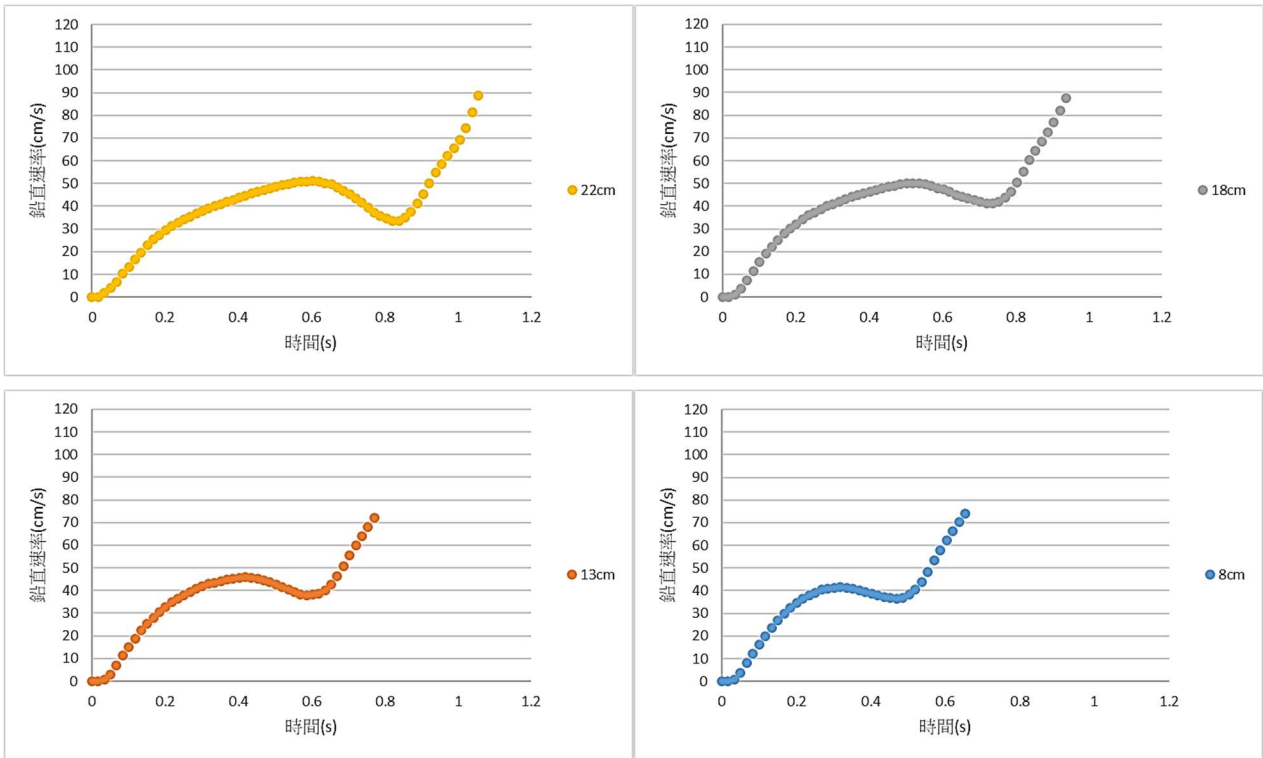


圖 22. 使用鋼絲線，直徑 12cm 圓板在不同深度上升過程比較關係圖

七、形狀與離水面時阻力

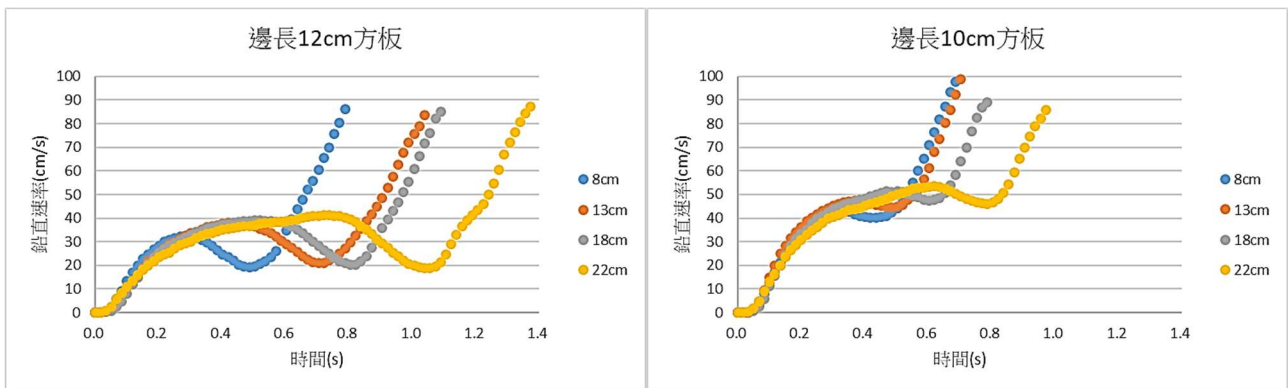


圖 23. 使用鋼絲線，不同方板在不同水深出發的上升行為

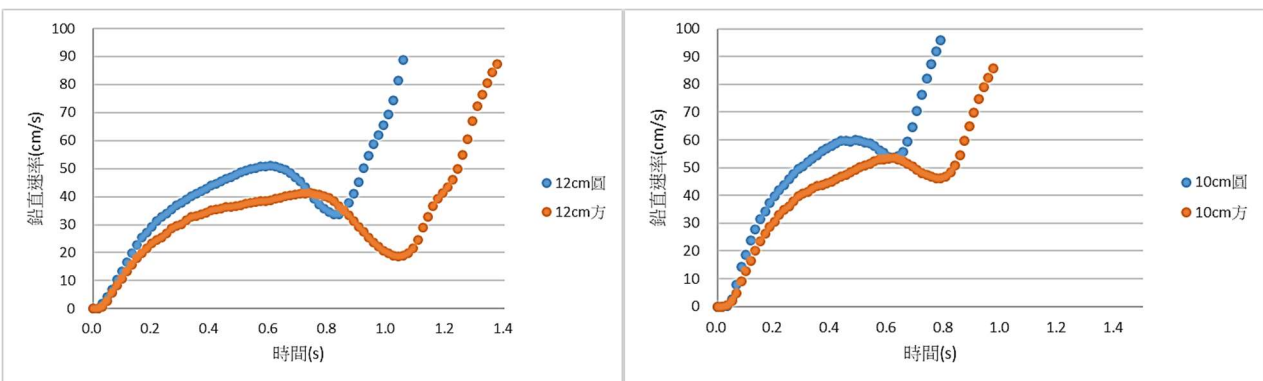


圖 24. 自深度 22cm，圓板與方板上升行為的比較

從圖 23. 及圖 24. 可以看出方板在離開水面時相比圓板所受到的阻力都來得大，且在邊長 10cm 方板都有明顯的凹陷。因拍攝的幀數為之前的 2 倍，觀查在速率下降的過程接近直線，為比較其阻力關係，我們以圖 5. 階段 3 的示意圖作為模型，將流體阻力與其他表面阻力視為離水面所受阻力，討論水包尚未破碎時的平均阻力。對應的數學式為

$$F_{\text{系統拉力}} + F_{\text{浮力}} - F_{\text{平均阻力}} = ma_{\text{平均加速度}}$$

其中平均加速度以 Tracker 軟體找到影片中所對應的影格時間及速率計算，圖 25. 透過水面光線的反射找到離水面前影格及水包出現絮流及水流較為凹陷時找到破碎時影格。

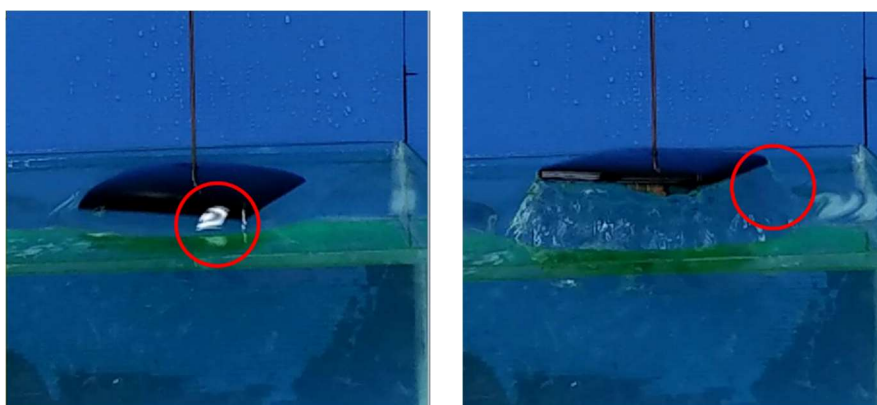


圖 25. 水包形成時的平均阻力的起始及結束所對應影格

壓克力板代號	10 圓	12 圓	10 方	12 方
空氣中加速度(cm/s ²)	459.46	397.04	406.84	342.87
壓克力板+砝碼重(g)	93	116	110	139
系統拉力(dyne)	42730	46056	44752	47659
浮力(dyne)	44642	61575	55158	76718
水中平均加速度(cm/s ²)	-60.84	-96.78	-60.24	-110.30
平均阻力(N)	0.930	1.189	1.065	1.397

表 2. 方板與圓板的平均阻力比較

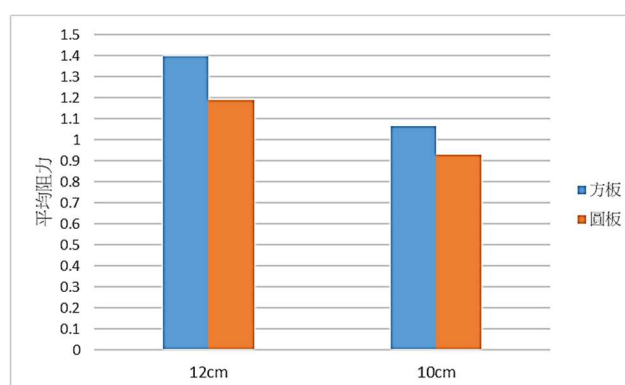


圖 26. 水包形成時，方板與圓板的平均阻力比較圖

而我們透過上述方式討論面積、周長與阻力的關係，得知所受平均阻力隨著面積而增加，直徑 12cm 圓板與邊長 10cm 方板、直徑 10cm 圓板與邊長 8cm 方板的周長較接近，且圓板較方板輕，但受到的平均阻力卻來得較大，由此也可以推測帶有水包的過程，流體阻力較表面張力來的明顯。

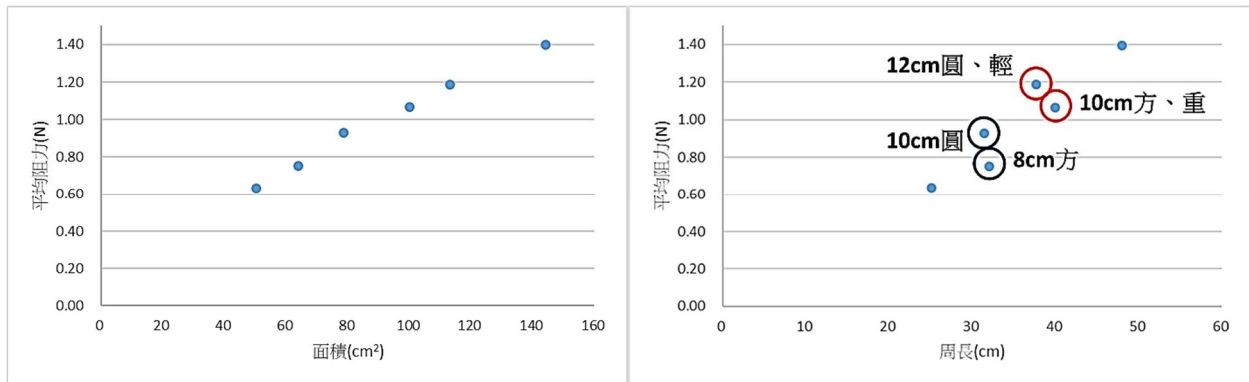


圖 27. 面積、周長與阻力的關係圖(12cm、10cm、8cm 圓及 12cm、10cm、8cm 方)

	12cm 方	12cm 圓	10cm 方	10cm 圓	8cm 方	8cm 圓
面積(cm ²)	144.0	113.1	100.0	78.5	64.0	50.3
周長(cm)	48.0	37.7	40.0	31.4	32.0	25.1

表 3. 方板與圓板的面積與周長

八、不同液體的表面張力對阻力的影響

我們降低水槽中水量，並倒入 1 公分高的沙拉油討論離開油面時的所受阻力，為避免油灑的滿地，所以只進行深度 18cm 及 10cm 的實驗。比較圓板在水中上升的實驗結果，可以看出離油時的阻力較離水時阻力來得大，但中間上升過程仍有些不同，我們認為是圓板表面經過油面後實驗，其表面仍有部分油無法脫過，使得在中間的流體阻力改變。

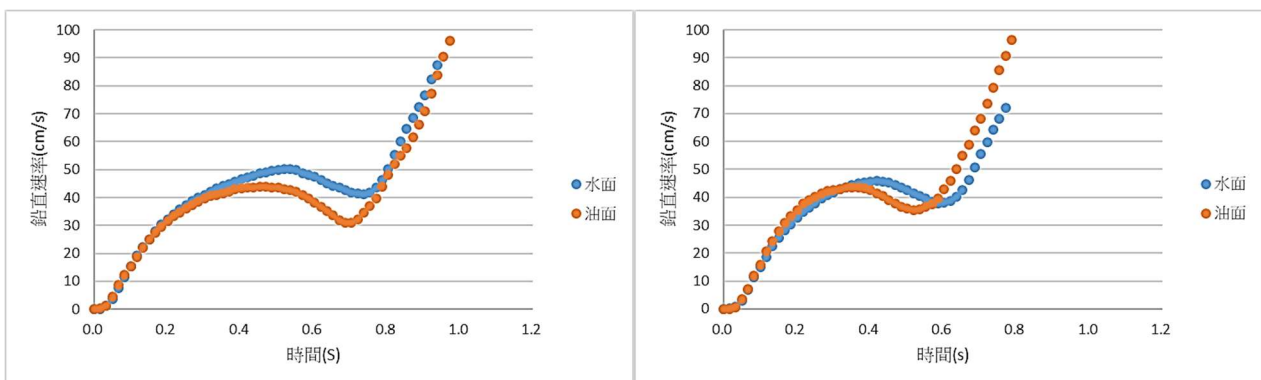


圖 28. 水面與油面，12cm 圓板運動過程(左：深度 18cm，右：深度 13cm)

而經過計算，比較平均阻力的差異，相較方形板的比較圖，方板與圓板的阻力差約 0.2 牛頓，比起水面及油面的阻力差約 0.02 牛頓大上許多。但相同的情況下，離水面時阻力仍略大於離油面時阻力，而水的表面張力較油的表面張力來得大，表示阻力有部分因素跟表面張力有關，由討論七、八，更能確定在帶有水包時，表面張力非阻力的主要因素。

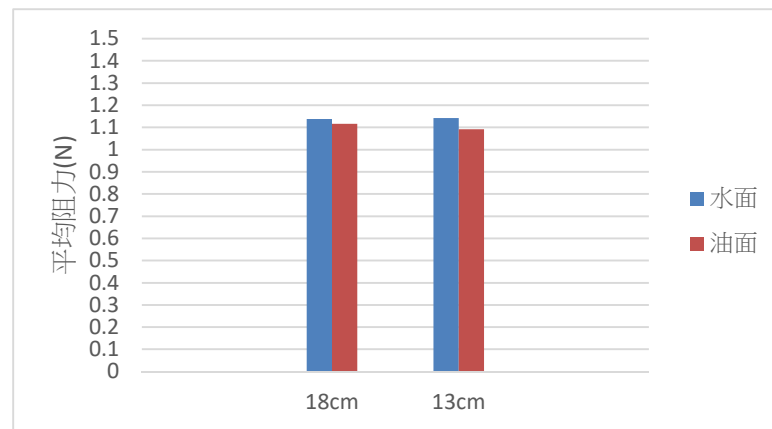


圖 29. 離水面與油面離所受平均阻力的比較

九、載水量對阻力的影響

訂制類似蓋子可以載水的壓克力圓板，高度分別為 0.5 公分及 1.0 公分，來討論水包挾帶水量與阻力的關係，其實驗結果如圖 29.，從比較斜率來看，可以知道水包挾帶的水量越大時，上升的阻力亦越大，即是在脫離水面時所受到的阻力有一部分是水的重力導致。 同時也把壓克力反置，即無法載水的形式進行實驗，來討論板子高度與阻力的關係，由圖 31. 可以看出高度沒有特定關係。

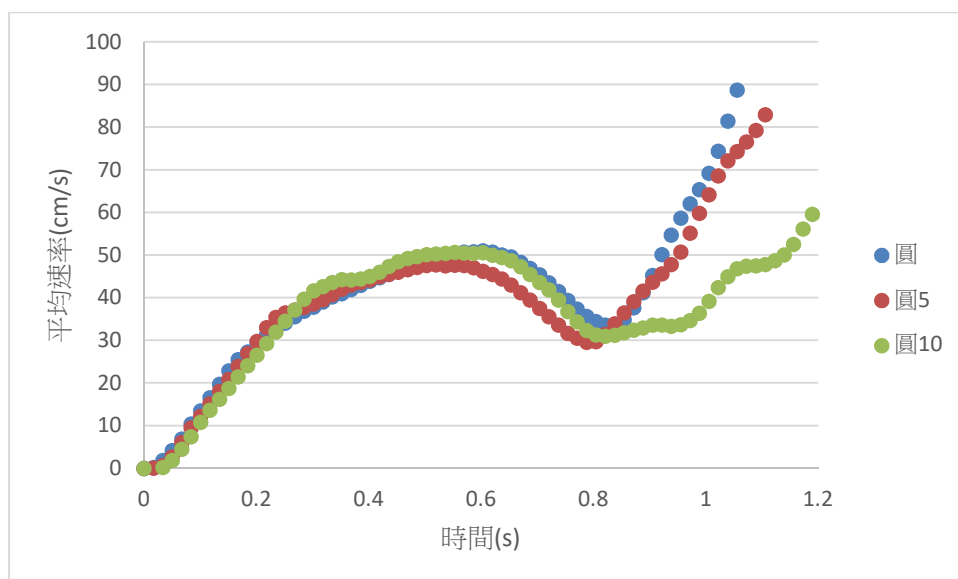


圖 30. 可載水壓克力板，自水深 22 公分上升運動的比較圖

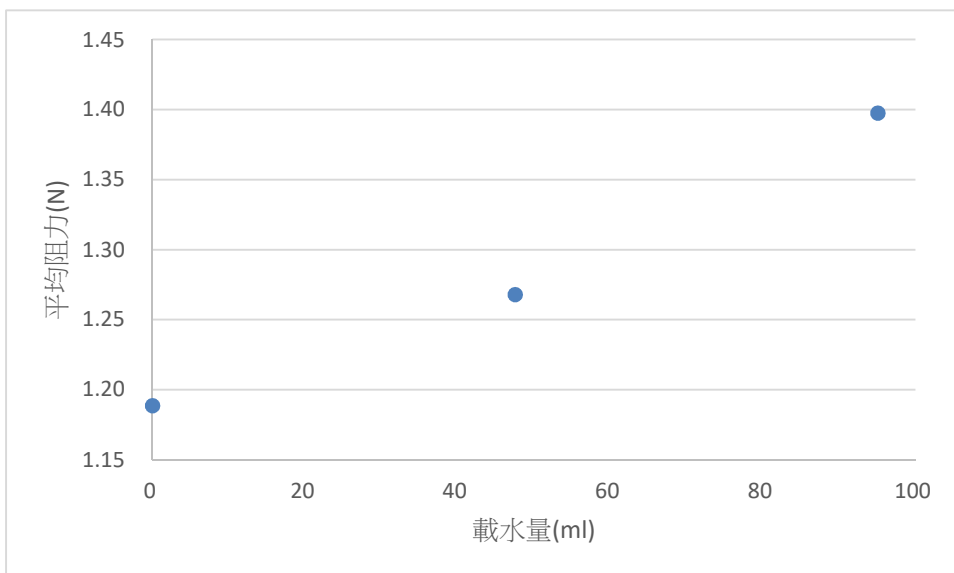


圖 31. 可載水壓克力板，載水量與阻力的比較

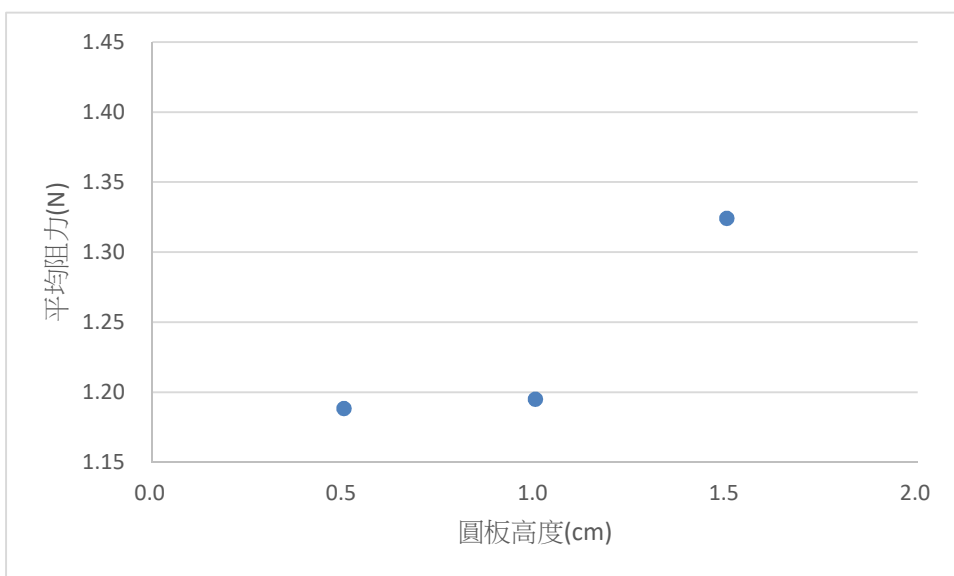


圖 32. 可載水壓克力板，圓板高度與阻力的關係

陸、 結論

- 一、 使用棉繩下，圓板從水中上升運動的過程，運動行為可以分為加速過程，等速率的終端速率及離開水面突然減速再加速的行為。
- 二、 藉由估算滑車系統拉力及浮力，可知道等速率運動時，其阻力大小與面積與終端速率 1 次方乘積成正相關。
- 三、 壓克力板從不同深度的位置上升，自越深的位置出發，在水面上受到的阻力越大。
- 四、 面積的大小與離水面形成水包過程所受的阻力成正相關。
- 五、 周長、圓板高度與離水時所受阻力較無特定關係。
- 六、 透過加入洗碗精、使用防水噴霧及使用油面等方式，可知表面張力對平均阻力會些許影響，但不是壓克力板離水時減速的主要原因。
- 七、 壓克力板離開水面時挾帶部分質量的水形成水包，從影片拍攝可以發現水面有凹陷，我們推測為類似吸盤的大氣壓力作用。

柒、 討論與應用

本作品發現物件在離開水面時所到暫時性的阻力效應與常見的阻尼避震等有不一樣的效果，相效阻尼避震，本作品發現的阻力效果為一次性的減速且與兩介質間形成水包的維持有關，或許在未來會有意想不到的應用也說不定。

捌、 參考資料

- 一、 陳義裕 傅昭銘。基礎物理二(B)上 實驗活動手冊。南一書局。
- 二、 隨波「阻」流—液體中物體運動研究。中華民國第 58 屆中小學科學展覽會作品。
- 三、 123 向上拉— 探討影響液體表面的附著力的因素。中華民國第 57 屆中小學科學展覽會作品。
- 四、 楊仲準。Tracker 軟體 安裝與使用教學。取自：
<http://c002.ndhu.edu.tw/ezfiles/25/1025/img/1231/581613291.pdf>。
- 五、 維基百科。阻力。取自：<https://zh.wikipedia.org/wiki/阻力>。
- 六、 維基百科。表面張力。取自：<https://zh.wikipedia.org/wiki/表面張力>。

玖、 附錄

實驗數據

一、 壓克力圓板在空氣中上升

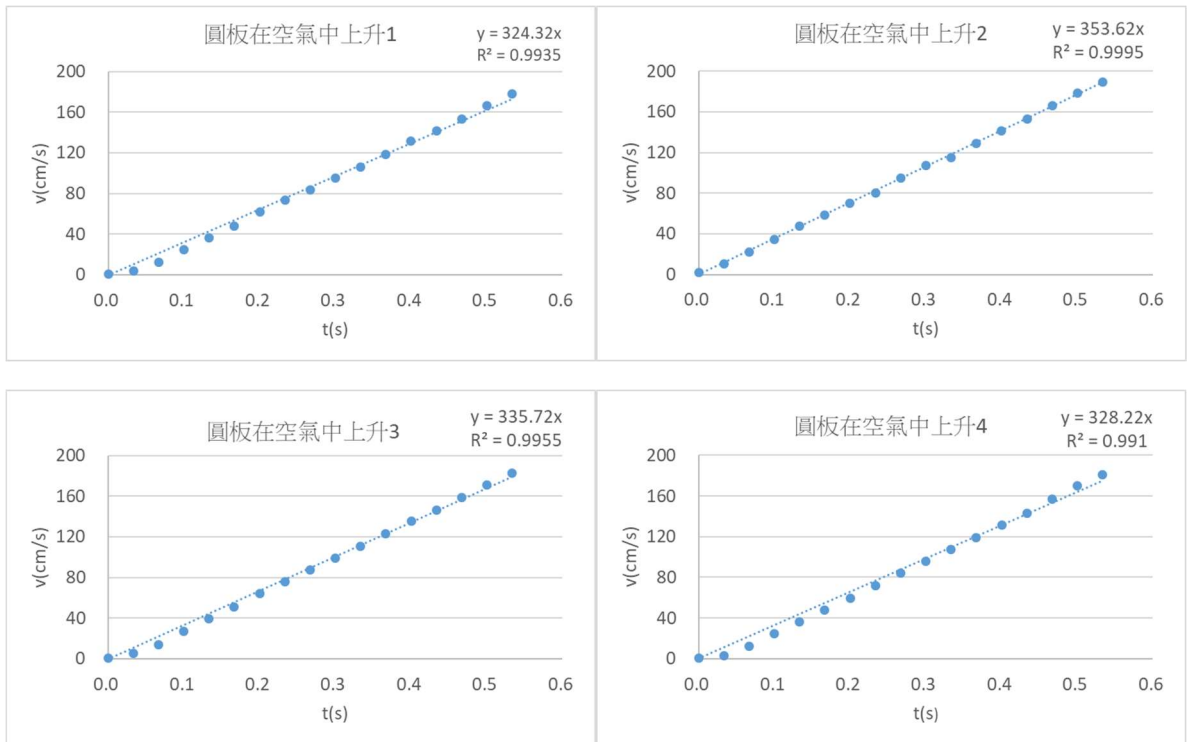
因為實驗器材的滑軌，最大高度約為 10 度，為增加滑軌的角度，利用椅子及防滑墊固定，防滑墊同時能防止滑車下滑時因撞擊而偏移。其實驗記錄的數據如下

速度(cm/s) 時間(秒)	1	2	3	4
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
0.0333	1.1723	2.2905	1.1470	0.9370
0.0667	4.3024	10.3964	5.3696	3.3001
0.1000	12.7870	21.7772	14.1365	12.0028
0.1333	25.0648	34.6170	26.9626	24.9654
0.1667	36.0864	47.5298	39.2442	36.4270
0.2000	47.8675	58.8438	50.7668	47.7606
0.2333	61.7632	70.4053	64.4539	59.1729
0.2667	73.4874	80.0922	76.2505	71.4780
0.3000	83.6087	95.0684	87.1970	83.9947
0.3333	95.5626	107.0277	99.2852	95.9937
0.3667	105.9918	115.2090	111.0536	107.1767
0.4000	118.1230	128.9254	123.2802	119.3529
0.4333	131.3959	141.6754	135.1880	131.8267
0.4667	141.8246	152.7631	146.4457	143.4042
0.5000	153.4618	165.7710	158.5444	157.1062
0.5333	166.1626	178.2400	171.3902	170.5040
0.5667	178.0756	189.6414	182.5785	181.3284

已知物體等加速度運動速度與時間的關係為

$$v = at$$

將實驗結果，透過 EXCEL 以擬合的方式找出其加速度。



由上圖可知加高滑軌，每次獨立實驗仍為等加速度運動，整理各次實驗所得加速度如下

1	2	3	4	平均值	標準差
324.32	352.62	335.72	328.22	335.22	12.52

其加速度值多落在一個標準差之間，即實驗裝置的架設及實驗方法具有精確性。