第二十三屆旺宏科學獎

成果報告書

參賽編號：SA23-670

隊伍名稱：磁場漩渦

作品名稱：磁場漩渦－探討渦電流對擺球軌跡的影響

參賽類別：物理科

關鍵字：變動磁場、渦電流、橢圓軌道

摘要

一般對於渦電流的研究通常是以金屬在穩定磁場中運動來分析阻力的作用，例如：磁剎車。但本次的實驗則是以高速旋轉創造出主動變動的磁場，影響懸置上方的鋁球，依此觀察渦電流對其的影響。實驗發現：渦電流所受的斥力是作為推力，使鋁球在俯視平面上進行等週期的橢圓軌道運動，並且週期與擺長的 0.508 次方成正比，類似於錐動擺。實驗也發現橢圓軌道自身也作等角速度旋轉。我們建立了一個力學模型，並推導出在實驗參數下鋁球的確會因渦電流的磁力而做週期性運動。本研究成果未來在應用方面則可以發展成非接觸式的控制系統。

壹、前言

一、研究動機

一次我們在網路上發現一部名為 Magnetic Locking WITHOUT a Superconductor! 的影片，內容提到若將一顆強力磁鐵高速轉動之後，對準另一顆磁鐵，可使得於另一磁鐵有磁鎖定的效果，我們順著影片內的資料找到 arXiv 上的原始論文，其有對此現象的實驗與數學分析，不過該篇作者礙於磁力與渦電流的不確定性而僅能做數量級上的估算，而這反而引起我們對於純渦電流受到主動變動磁場的效應強烈好奇心，於是我們有了這一次的實驗。

二、研究目的

（一）、研究鋁球受渦電流影響軌跡變化

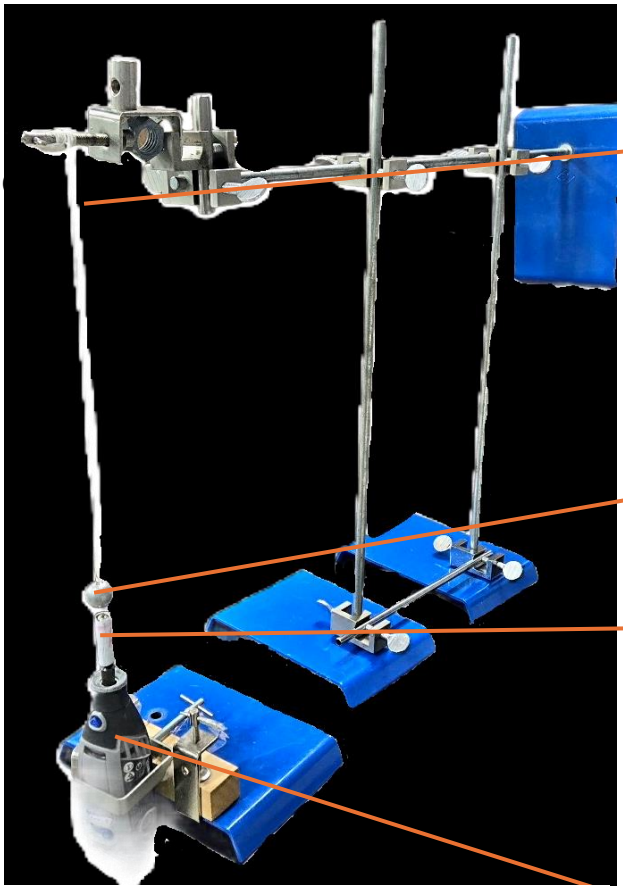
（二）、球距（d）對軌跡的影響

（三）、線長（l）對軌跡的影響

（四）、施放角度對軌跡的影響

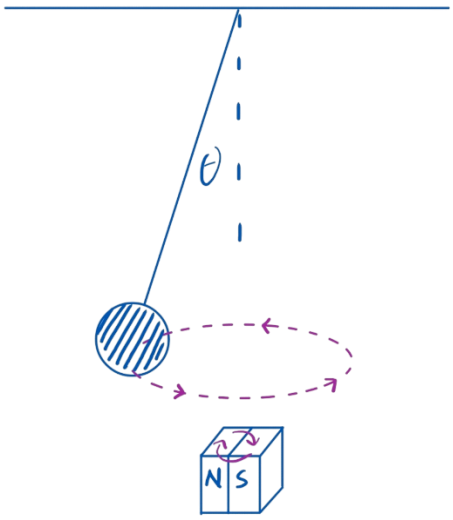
貳、研究設備及器材

一、實驗配置



圖一、實驗裝置設計

二、實驗現象描述



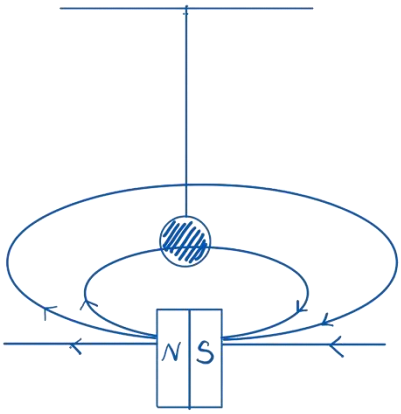
將下方的磨刻機啟動，磁鐵會開始以逆時針方向（由上而下俯瞰）高速旋轉（5300rpm），而上方鋁球會因此而開始逆時針方向自轉，再逐漸向外擴張形成橢圓軌跡。

◀圖二、實驗裝置設計

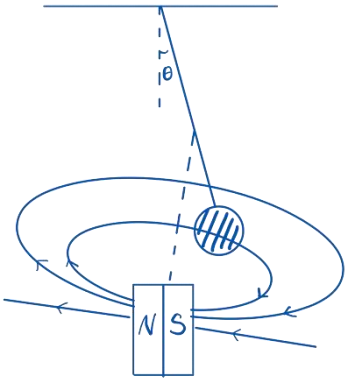
參、研究過程與方法

一、理論分析

（一）、力來源的定性分析



圖三-1



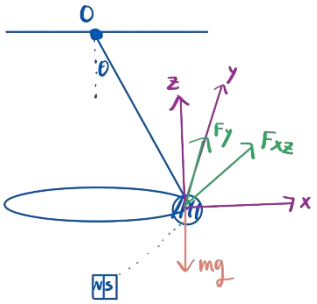
圖三-2

當放置於鋁球下方磁鐵開始逆時針轉動時，由於冷次定律的關係，上方鋁球會因變動磁場產生渦電流，產生阻止下方磁鐵逆時針轉動的力矩以抵抗磁力線的變化。而根據牛頓第三運動定律，磁鐵同時會對上方鋁球產生一個使其逆時針轉動的力矩，故此時鋁球開始逆時針的自轉。由於鋁球為非鐵磁性物質，故鋁球所受磁力是因為其產生的渦電流在磁場中受磁力所致。

但由於實驗時磁鐵並非完美對稱（如圖三-2 磁力線分布不對稱），造成鋁球於自轉的同時會有些微擾動，這個擾動會造成鋁球偏離鉛垂方向，而此時鋁球仍持續受磁力的推力作用，故開始繞磁鐵轉動。由於離磁鐵較近處，受到的作用力會較大；離磁鐵較遠處，受到的作用力較小，導致鋁球還會上下運動，故俯視的軌跡形成近似橢圓的運動軌跡。

（二）、力矩分析

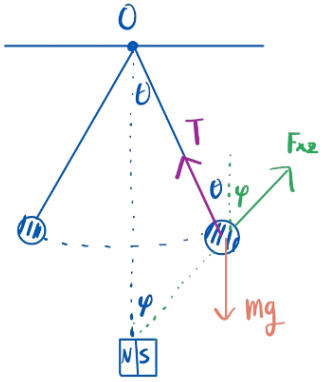
若以力分析要考慮繩張力施力，能量分析就要考慮繩張力做功的問題，但若是以力矩分析，並令擺繩頂端連接處 O 為參考點，那麼繩張力會通過參考點使得力矩為零，故不用考慮繩張力的影響。



將磁鐵所施的力設為 F，並拆成在 xy 平面入紙面方向的F_y，以及在 xz 平面上的F_{xz}

◀圖四-1

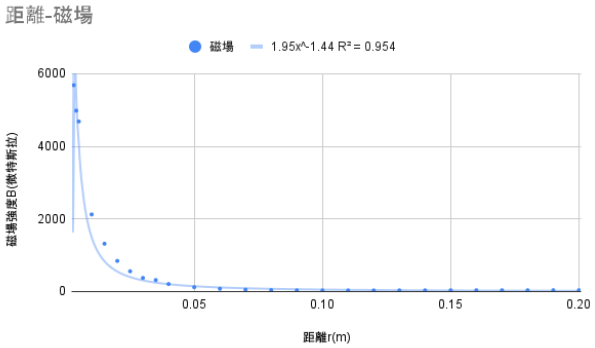
若以上系統僅受F_y的影響，鋁球速率會漸增，那麼過一段時間之後F_y就會和空氣阻力達平衡，形成一般的錐動擺的形式，故在此我們僅分析F_{xz}的影響。若僅考慮F_{xz}的影響，可以將系統簡化成一單擺受力F_{xz}（如左圖所示）。若令擺繩頂端連接處為參考點 O，繩子與地平線法線夾 θ，鋁球與磁鐵連線和地平線法線夾 φ。此時系統受到F_{xz}、重力(mg)兩力矩影響，由$\tau = I\alpha$可得以下式子（令 τ 出紙面為正）：



◀圖四-2

$$-mgl\sin\theta + F_{xz}l\sin(\theta+\varphi) = ml^2\ddot{\theta}$$

由於F_y會與空氣阻力達平衡，又F_{xz}與F_y對鋁球運動速率 v 的次方數應相等，而空氣阻力與速率 v 成正比，故F_{xz}與速率 v 成正比；磁場強度與距離成 1.44 次方正比（如下圖所示），故我們將磁力F_{xz}令為$F_{xz} = \frac{Kv}{r^{1.44}}$（K 為常數）



圖五、
磁場 B(微特斯拉)對距離 r(m)作圖

又$v = l\dot{\theta}$，$\frac{\sin\varphi+\theta)}{h} = \frac{\sin\theta}{r}$（正弦定理）

$$-mgl\sin\theta + \frac{Kl\dot{\theta}}{r^{1.44}}\, l\left(\frac{h}{r}\sin\theta\right) = ml^2\ddot{\theta}$$

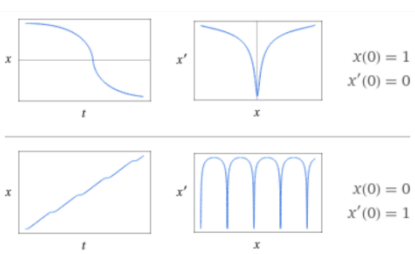
$$-mgl\sin\theta + \frac{Kl^2h}{r^{2.44}}\,\dot{\theta}\sin\theta = ml^2\ddot{\theta}$$

又$r = \sqrt{h^2 + l^2 - 2hl\cos\theta}$（餘弦定理）

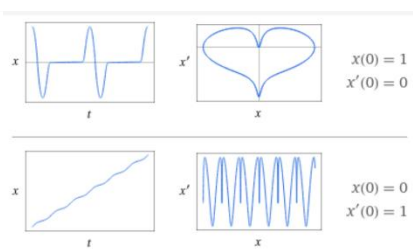
$$\therefore -mgl\sin\theta + Kl^2h(h^2 + l^2 - 2hl\cos\theta)^{-1.22}\,\dot{\theta}\sin\theta = ml^2\ddot{\theta}$$

透過 Wolframalpha 軟體若將實驗參數帶入以上這條方程式，函數圖形會因為 K 值的數量級而產生不同的樣貌（如下圖所示）。

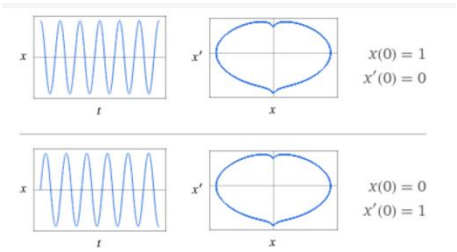
註：左圖為 t-θ 圖；右圖為θ – θ̇ 之相位圖（圖片中以 x 表示 θ）



圖六-1、(K=1)



圖六-2、K=0.0005



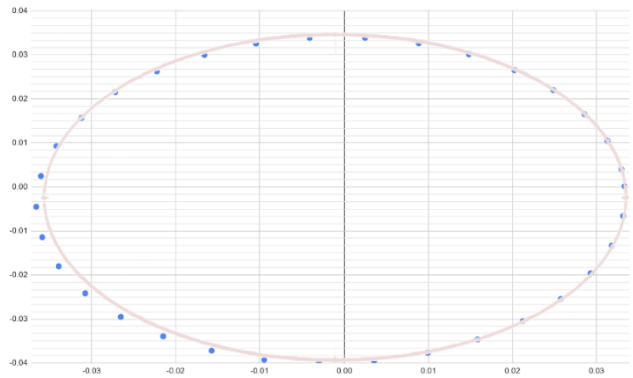
圖六-3、K=0.0001

透過數據模擬可以發現，若 K 值大於 5×10^{-4}，此時擺不具有週期性，且由相位圖可知，當 K 值越小時，相位圖上下部分越對稱，意指當擺往復擺動回到同一位置時，同一位置其角速度與前次的差值較小。

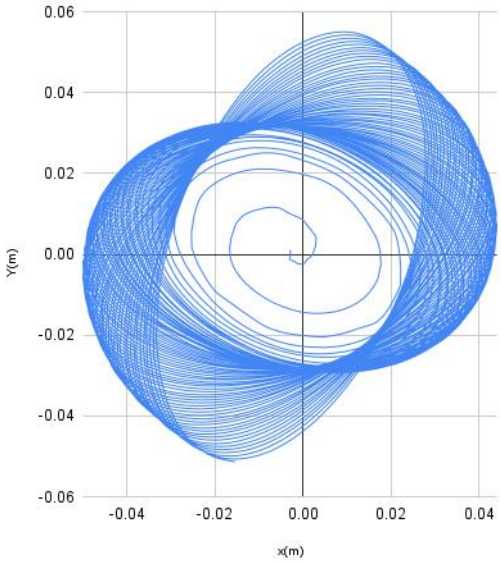
二、實驗過程及方法

（一）、研究鋁球受渦電流軌跡變化

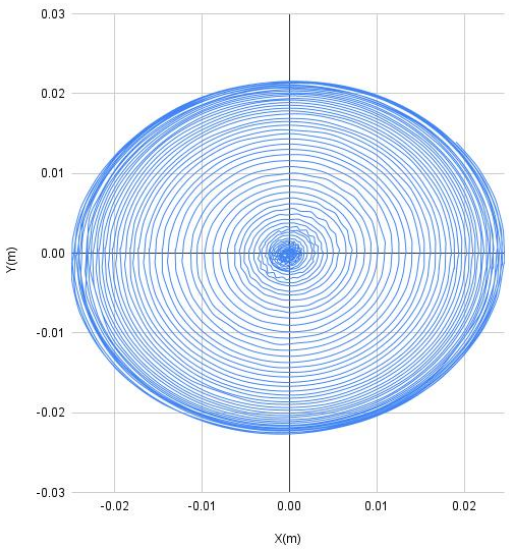
透過由上而下進行拍攝，並透過 tracker 追蹤鋁球的運動軌跡 X-Y 圖（如下圖所示），可以發現其首先是以螺旋向外延伸，後期慢慢穩定呈近似橢圓形（如下圖七）並且橢圓軌道會有旋轉的現象，在此我們將軌跡劃分為螺旋期與橢圓期。由於螺旋期無顯著的規律，故本研究著重於研究橢圓期的軌跡變化：



圖七：軌跡與橢圓疊圖



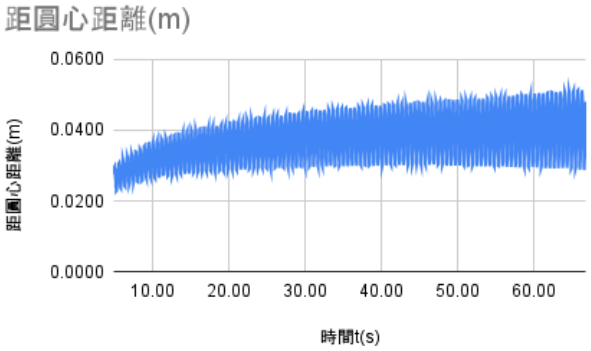
圖八、鋁球運動軌跡 X-Y 圖
（球距 0.3cm、繩長 0.3m）



圖九、鋁球運動軌跡 X-Y 圖
（球距 1.5cm、繩長 0.3m）

（1）、距圓心距離變化

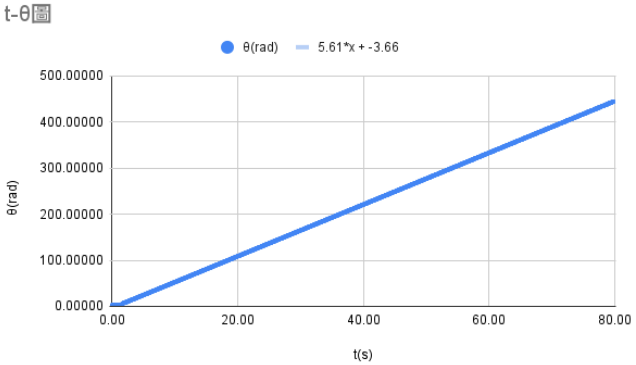
鋁球在公轉繞行磁鐵時，會有與圓心距離越來越大的趨勢，而距離越遠有越大的位能（因為繩長固定，鋁球繞越大圈會越高），可以知道其有受到磁鐵所施力而做功。根據距圓心距離 R 值的變化（如下圖），若將其軌跡視作橢圓軌道，當球距較小時（球距定義為靜止狀態下擺球底端至磁鐵頂端之距離），其長軸（圖形上緣）與短軸（圖形下緣）的差值會越來越大，意即其離心率會隨時間遞增。



圖十、距圓心距離 R-t 圖
（球距 0.3cm、繩長 0.3m）

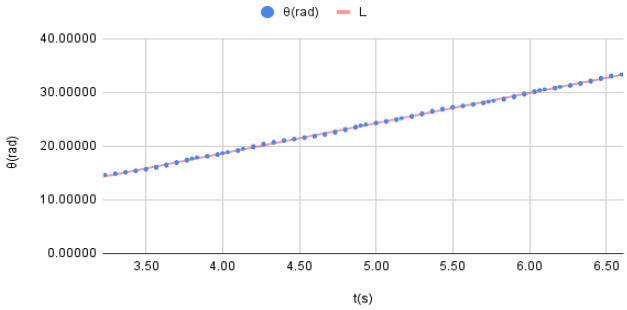
（2）、週期與角速度

將鋁球座標角度 θ 與時間 t 作圖（如下圖所示），可以發現 θ 與 t 成正比，此時可以擬合出一條最適直線 L。



圖十一、鋁球座標角度 θ 與時間 t
L： θ = 5.61*t - 3.66
（球距 0.3cm、繩長 0.3m）

若將 θ-t 圖的局部放大（如下圖所示），可以發現 θ-t 圖的函數在最適直線 L 上反覆「震盪」：

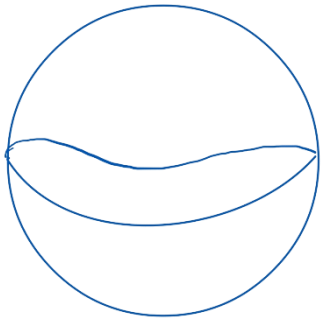


圖十二、鋁球座標角度 θ 與時間 t

L: θ = 5.61*t - 3.66

（球距 0.3cm、繩長 0.3m）

而函數圖形的震盪是由於本實驗鋁球的運動軌跡並非單純的錐動擺或單擺，若只取鋁球某一圈的運動軌跡（如下圖所示），可發現除了公轉繞行外亦有位能的變化，故在端點時運動角速度較慢，反之較快。



圖十三、單圈運動軌跡示意圖

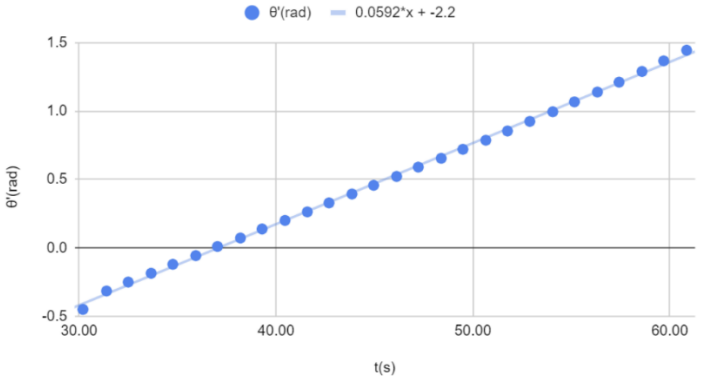
在此我們將最適直線 L 的斜率定義為「平均角速度 ω」，週期 T 定義為 $T = \frac{\omega}{2\pi}$，後續描述將以 ω 與 T 表示。

透過將鋁球座標角度 θ 與時間 t 作圖，發現其呈現線性關係，意即其平均角速度 ω 成定值（週期 T 為定值）；結合第一點所述其半徑會越來越大，可知雖然鋁球速度整體會隨時間上升，但由於半徑也隨之提升，故平均角速度（週期）仍呈定值。

（3）、橢圓軌道的旋轉角速度

由軌跡 X-Y 圖可發現鋁球繞中心磁鐵旋轉時所繞出之橢圓軌道也會旋轉，我們透過對各橢圓其長軸的斜率取 arctan 值得到角度 θ' ，將角度 θ' 對時間

t 作圖可以發現其為直線方程式 L’（如下圖所示），可知橢圓軌道的旋轉角速度亦為等角速度旋轉。



圖十四、角度 θ’對時間 t 作圖

L’： θ’ = 0.0592*t - 2.2

（球距 0.3cm、繩長 0.3m）

（二）、球距(d)對軌跡的影響

（1）球距與角速度的關係

已知在此裝置下，磁場與距離 $^{1.44}$ 成反比，又角度 θ 與時間 t 呈現線性關係（平均角速度 ω 成定值）。已知距離越遠則磁場越小，在此我們想探討球距（磁場大小）與平均角速度的關係，設計以下實驗，參數如下表：

表一：**實驗參數**

編號	D1	D2	D3	D4	D5
球距(cm)	0.3cm	0.6cm	0.9cm	1.2cm	1.5cm

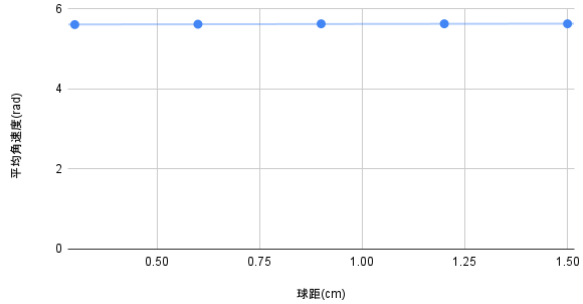
註：球距若大於 1.5cm，鋁球受磁力影響不明顯

我們將各參數下角度與時間作圖，並取得其直線方程式斜率（平均角速度）。為了減少實驗誤差，我們將各參數進行三次實驗，並求其平均：

表二：**平均角速度值(rad)**

編號	D1	D2	D3	D4	D5
實驗一	5.61	5.62	5.63	5.63	5.63
實驗二	5.61	5.62	5.63	5.63	5.63
實驗三	5.62	5.62	5.64	5.63	5.63
平均	5.61	5.62	5.63	5.63	5.63

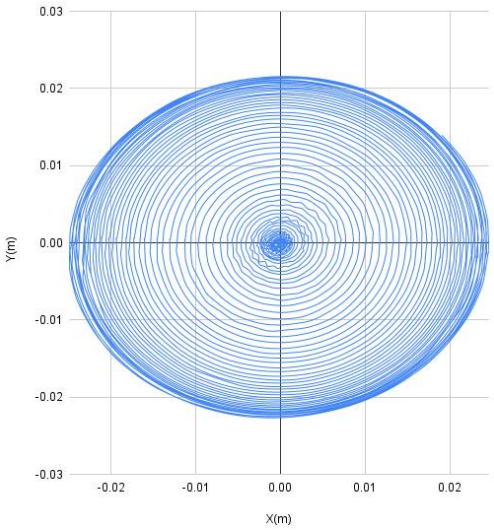
透過將球距與角速度作圖，發現角速度為定值（如下圖），可知球距並非影響週期的變因之一。



圖十五、球距(cm)-平均角速度

（2）球距與離心率的關係

當球距較大時，鋁球軌跡有接近「飽和」的跡象且進動較不明顯：



圖十六、鋁球運動軌跡 X-Y 圖
（球距 1.5cm、繩長 0.3m）

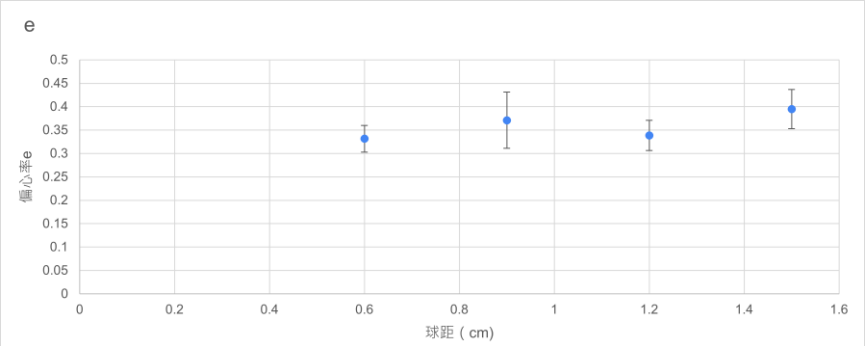
在此我們想探討球距與飽和時的離心率的關係，取得各參數飽和時離心率：

表三：橢圓軌道飽和離心率 e

編號	D2	D3	D4	D5
實驗一	0.2912743380	0.4909262091	0.2739824421	0.4494994013
實驗二	0.3163432573	0.3206755593	0.3684482971	0.4227421643
實驗三	0.3863713139	0.3015478535	0.3723562279	0.3119461000
平均	0.3313296364	0.3710498740	0.3382623224	0.3947292219
標準差	0.0284564133	0.0601919681	0.0321597328	0.0421061016

註：球距為 0.3cm 時（D1），鋁球軌跡無此現象

將球距對離心率作圖（如下圖），可發現飽和時離心率與球距並無明顯相關。



圖十七、
球距(cm)-離心率 e

（三）、 繩長(l)對軌跡的影響

由於球距對於角速度無明顯影響，且本實驗軌跡相似於錐動擺，因此我們想探討繩長與角速度的關係，設計以下實驗，參數如下：

表四：**實驗參數**

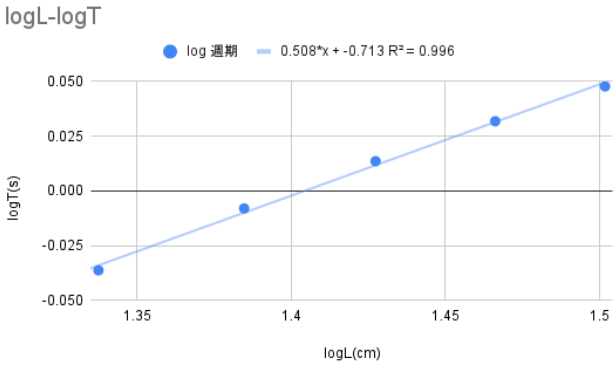
編號	L1	L2	L3	L4	L5
繩長(cm)	20cm	22.5cm	25cm	27.5cm	30cm

我們將各參數下角度與時間作圖，並取得其直線方程式斜率（平均角速度）；且為了減少實驗誤差，我們將各參數皆進行五次實驗，並求其平均：

表五：**平均角速度值(rad)**

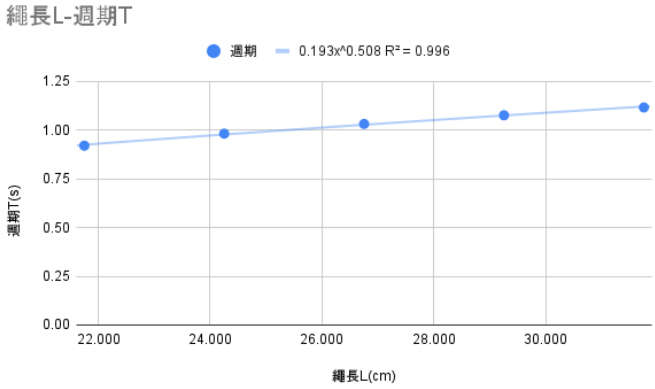
編號	L1	L2	L3	L4	L5
實驗一	5.63	5.84	6.09	6.40	6.83
實驗二	5.63	5.84	6.09	6.40	6.83
實驗三	5.63	5.84	6.09	6.39	6.83
實驗四	5.63	5.84	6.09	6.40	6.83
實驗五	-	5.84	6.09	6.40	6.83
平均	5.63	5.84	6.09	6.40	6.83

由於此裝置本質上相似於一種速度較快的錐動擺，而錐動擺的週期 T 會正比於擺長 $^{0.5}$，所以說以錐動擺而言 log L（繩長）對 log T（週期）的斜率為 0.5。於是我們將 log L（繩長）對 log T（週期）作圖（如下圖所示），其斜率就會是兩變數的次方關係。



圖十八、繩長 L-週期 T

由上圖可知，斜率為 0.508；同時我們對 T（週期）與 L（繩長）利用冪級數擬和，取得次方數亦為 0.508（如下圖所示），與取對數結果相同。

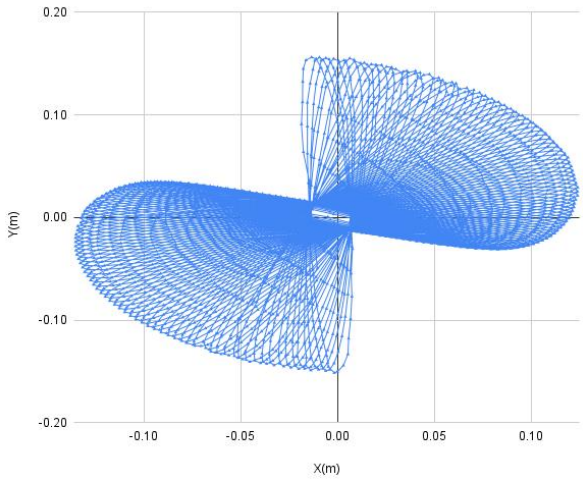


圖十九、
log L（繩長）-log T（週期）

根據分析結果，本實驗測得週期正比於擺長 $^{0.508}$，與錐動擺的週期 T 會正比於擺長 $^{0.5}$ 近乎相等，本實驗週期正比於擺長 $^{0.508}$。

（四）、施放角度對軌跡的影響

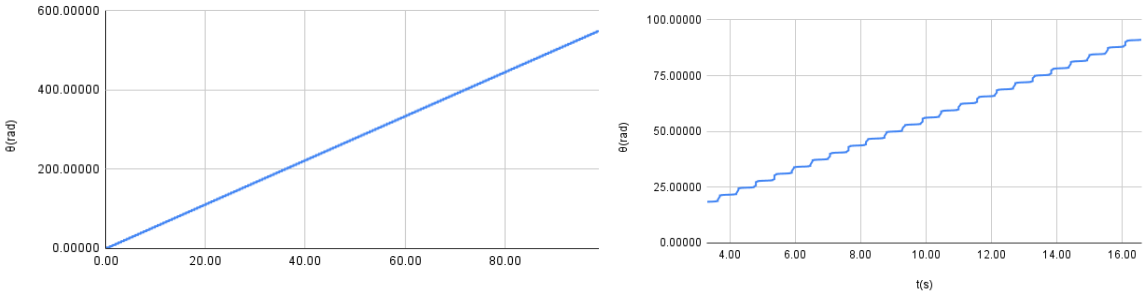
實驗方法為先讓磁鐵開始旋轉，然後將鋁球擺到指定角度再自由落下觀察其軌跡變化。一樣透過由上而下進行拍攝，透過 tracker 追蹤其軌跡變化，透過軌跡 X-Y 圖（如下圖所示）可以發現其軌跡會是極扁的橢圓並且公轉方向與中心磁鐵旋轉方向同向。



圖二十、鋁球軌跡 X-Y 圖
（球距 0.5cm、繩長 0.3m、施放角度 15°）

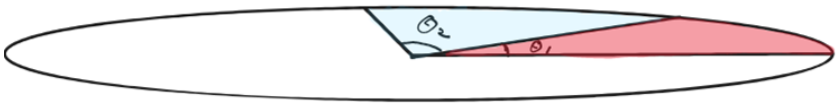
（1）、運動軌跡變化

將鋁球位置角度 θ 與時間 t 作圖（如下圖所示），若將 θ-t 圖局部放大，可以發現其具有階梯狀的「踏板」（如下圖所示）：



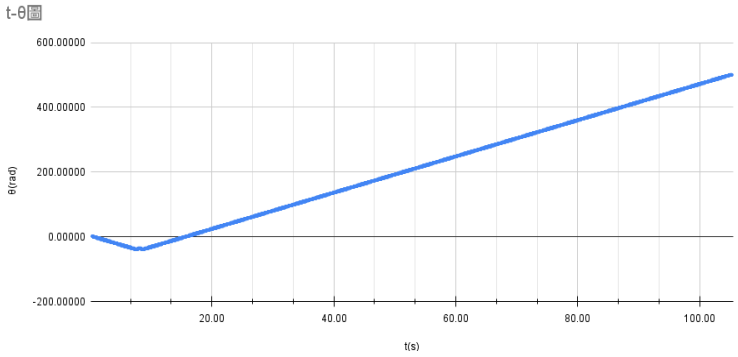
圖二十一、鋁球座標角度 θ-時間 t（右圖為左圖之局部放大圖）
（球距 0.5cm、繩長 0.3m、施放角度 20°）

造成施放角度實驗時階梯狀的原因：由於實驗分析是透過追蹤影格來獲取鋁球當下位置，故各點之間的間隔時間相等。由於本部份的軌跡為極扁的橢圓（如下圖所示），因此在繞過相等時間時，經過短軸附近的 θ_2 變化較劇烈。在 θ-t 圖上，θ_1 為水平踏板部分；θ_2 為踏板跳躍處，故 θ-t 圖有階梯狀的現象。

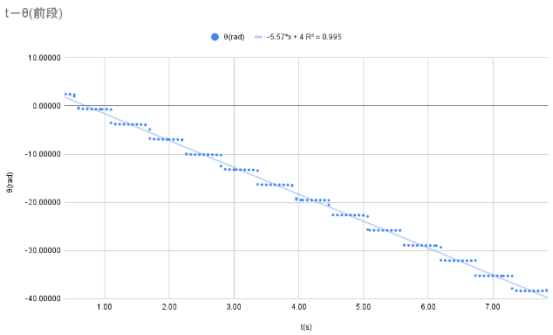


圖二十二、
橢圓示意圖

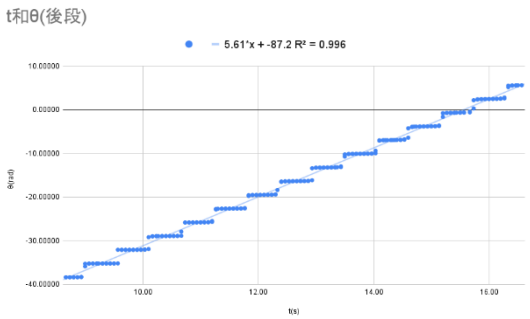
若是施放時使鋁球與磁鐵旋轉方向相反繞行，過一段時間後鋁球會自動修正為和磁鐵同向的繞行。可以發現前段斜率為負值（反向繞行時期），過一段時間後斜率為正值（同向繞行），且其下降段和上升段斜率的絕對值相似（5.57、5.61）。



圖二十三-1、鋁球座標角度 θ-時間 t
（球距 0.5cm、繩長 0.3m、施放角度 20˚）



圖二十三-2、
鋁球座標角度 θ-時間 t
局部前段放大（反向）



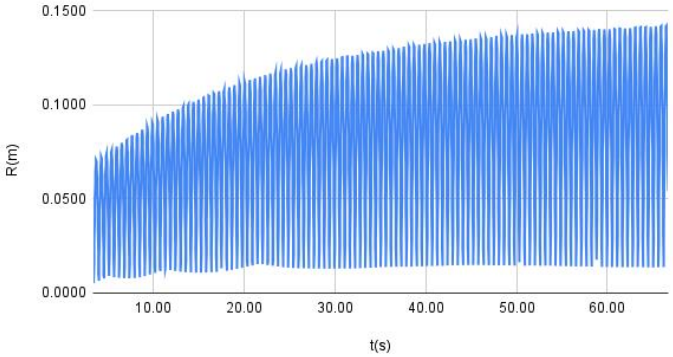
圖二十三-3
鋁球座標角度 θ-時間 t
局部後段放大（順向）

（2）、θ-t 圖轉折原因

施放角度實驗之中，其 θ-t 圖會有轉折的現象，意即平均角速度ω會有一瞬間由正轉負而量值不變的狀況。其原因是因為實驗過程之中將鋁球以逆磁鐵自轉方向施放後，鋁球會先逆磁鐵方向公轉，由於受到反向力矩，慢慢變為直線，最後變成順轉的橢圓方向。

（3）、鋁球距圓心距離R值的變化

鋁球距圓心距離R值變化趨勢和球距與繩長實驗相同，距離R亦會隨時間漸增（如下圖）。並且橢圓軌道長軸（圖形上緣）與短軸（圖形下緣）的差值亦會越來越大，意即其離心率會隨時間遞增。



圖二十五、距圓心距離 R-t 圖（球距 0.5cm、繩長 0.3m、施放角度 15˚）

（4）施放角度對橢圓軌道的旋轉角速度的影響

已知在此裝置下，橢圓長軸斜角與時間呈現線性關係（橢圓軌道旋轉角速度成定值），在此我們想探討施放角度與平面旋轉角速度的關係，設計以下實驗，參數如下：

表六：**實驗參數**

編號	A1	A2	A3	A4	A5	A6
施放角	5˚	10˚	15˚	20˚	25˚	30˚

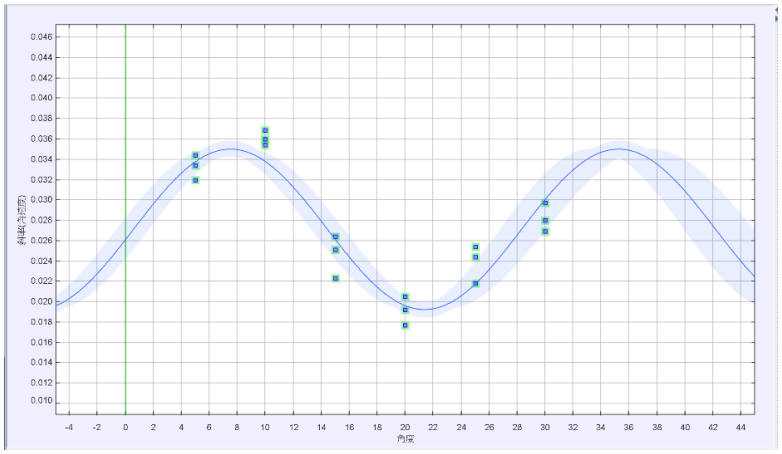
我們將各參數下長軸斜角與時間作圖，並取得其直線方程式斜率（進動角速度）；且為了減少實驗誤差，我們將各參數皆進行三次實驗，並求其平均：

表七：**橢圓軌道的旋轉角速度(rad)**

編號	A1	A2	A3	A4	A5	A6
實驗一	0.0320	0.0360	0.0264	0.0177	0.0254	0.0280
實驗二	0.0334	0.0369	0.0251	0.0192	0.0218	0.0269
實驗三	0.0344	0.0354	0.0223	0.0205	0.0239	0.0297

我們將角度與橢圓軌道的旋轉角速度作圖（如下圖所示），可以發現其圖形可用三角函數擬合，得到：

橢圓軌道旋轉角速度 = 0.0079 sin(0.23*施放角度-0.1)+0.0271



圖二十六、施放角度-橢圓軌道旋轉角速度

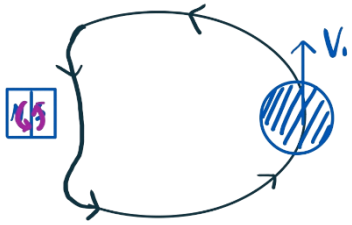
肆、討論

一、力矩分析討論

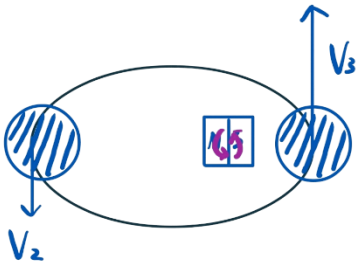
透過 $\vec{F} = i\vec{l} \times \vec{B}$（i 表渦電流大小、$\vec{l}$表渦電流長度向量），本實驗鋁球直徑為 0.02m、渦電流大小遠小於毫安培量級，故可知道本實驗磁力 F_{xz} 之數量級遠小於 10^{-4}，故可知本簡化模型擺動是具有週期性的，與本實驗測得具有週期性相符。

二、焦點實驗

前面有提到鋁球運動軌跡近似一個橢圓形，那麼如果我們將磁鐵如同焦點般偏移放置而非正中心，軌跡變化又會如何？透過實驗發現：此於運動軌跡會有兩種形式，第一種是當偏移距離較大時鋁球在經過磁鐵附近時會被磁力「彈開」，軌跡如下圖二十七-1 所示；第二種是當偏移距離較小時鋁球會成功「繞過」磁鐵（軌跡如下圖二十七-2 所示）磁鐵會在橢圓運動軌跡內但非中心點，並且在較近磁鐵處鋁球速度及加速度較快（$V_3 > V_2$）。



圖二十七-1、
鋁球軌跡圖（偏移距離大）

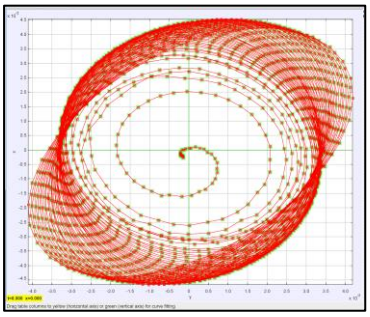


圖二十七-2：
鋁球軌跡圖（偏移距離小）

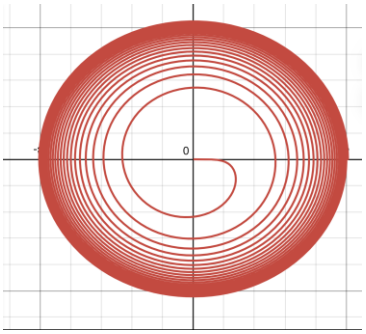
三、轉速實驗

我們除了主實驗所使用的轉速（5300rpm）外，也有另外使用 5600rpm 及 5000rpm 的轉速做實驗。透過實驗發現轉速對於運動軌跡橢圓期並沒有顯著影響，而是影響到早期的螺旋期：當轉速較快時，螺旋期的時間會較短暫，意指鋁球會更快的進入較穩定的橢圓期，可以發現早期螺旋期運動軌跡並非標準的螺線， 故我們以$r=a\cdot(\theta)^{b}-c\cdot\cos^{2}(\theta)$的形式來擬合，我們可以藉由控制 b 之大小來影響螺旋期的長短，c 的大小來影響其軌道離心率。

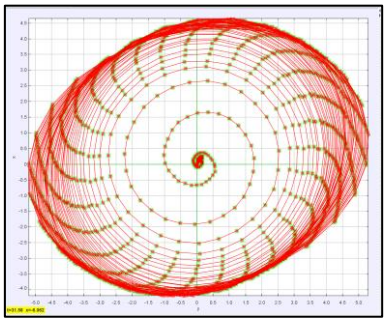
圖二十八、螺旋軌跡圖



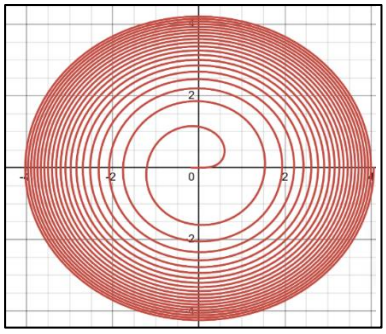
繩長30cm
球距 0.5cm
轉速 5600rpm



$r=a\cdot(\theta)^{0.2}-c\cdot\cos^{2}(\theta)$

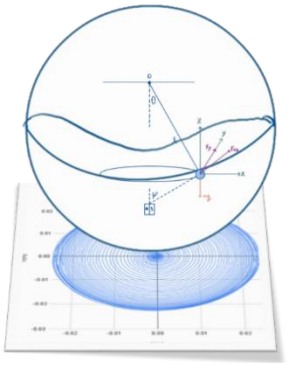


繩長30cm
球距 0.5cm
轉速 5300rpm



$r=a\cdot(\theta)^{0.4}-c\cdot\cos^{2}(\theta)$

（一）、軌跡的數學擬合



圖二十九、螺旋軌跡圖

由於繩長為定值，鋁球的運動軌跡必定會在一個半徑為擺長，圓心在棉繩懸掛處的球體上。而透過上面的實驗，我們可以將追蹤出來的橢圓形軌跡投影回該球體，便可得鋁球運動之軌跡方程式。此時讓我們先考慮一個簡化版的情況：當鋁球的運動軌跡已達平衡，軌跡維持在一俯視平面上穩定的橢圓形時（如上圖二十九），依橢圓形性質我們可以列出以下方程式（該橢圓形的離心率為 e，半短軸 a，半長軸 b，球心座標為(0,0,0)，繩長為 R，在俯視平面上鋁球距圓心距離為 r）

在俯視平面上:

$$x = a * \cos\varphi \ \ , y = b * \sin\varphi$$

而 z 可表示為$\sqrt{R^2 - r(\varphi)^2}$，而在橢圓形中 r(φ)= $\frac{a*(1-e^2)}{1-e*cos\varphi}$

$$z = -\sqrt{R^2 - (\frac{a*(1-e^2)}{1-e*cos\varphi})^2}$$

又由於其為球體，故$x^2 + y^2 + z^2 = R^2$。

由實驗數據知，當 e 較小時φ 正比於時間故

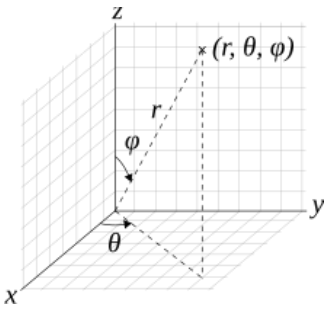
$$\varphi = s * t$$（s 為一常數）

整理一下，得到

$$(x, y, z) = (a * \cos(s*t), b * \sin(s*t), -\sqrt{R^2 - (\frac{a*(1-e^2)}{1-e*\cos(s*t)})^2})$$

又已知繩長為定值，故鋁球的運動軌跡必定會只在一半徑為繩長的球面上，若以球座標表示會更加簡潔。

$$(\mathrm{r},\theta,\varphi)=\left(\sqrt{x^2+y^2+z^2},\quad \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right),\quad \cos^{-1}\left(\frac{Z}{r}\right)\right)$$



(R 為繩長、e 為橢圓形偏心率、 s 為一常數、t 為時間)

而上式表示的為空間中的路徑軌跡，我們可以藉由其運動軌跡與時間關係討論鋁球上的磁通量變化來得知電動勢（$\varepsilon=\frac{\Delta\phi}{\Delta t}$），並從而定量渦電流的大小。

四、繩長與週期的關係

由於本實驗擺球運動軌跡近似於錐動擺，故在此我們想藉由錐動擺公式推導出繩長與週期的關係式。先假設一常數 k 作為錐動擺公式之修正係數，透過將實驗參數及結果帶入，可得 k 值約為 2.4712。考慮到鋁球運動軌跡皆座落於一半徑為繩長的球座標上，故 k 值大小應與 π 常數相關。擬合結果發現 $\frac{\pi^2}{4}$ 值約為 2.4674 與實驗值 2.4712 誤差率僅為 0.154%。故可以得到繩長對週期的函數為：

$$T=\frac{\boldsymbol{\pi^2}}{\boldsymbol{4}}\times 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

伍、結論

一、擺球每圈所需的時間大致相同：θ 與 t 成正比，週期為定值。

二、橢圓軌道旋轉角速度為定值。

三、擺球距圓心距離隨時間遞增。

四、球距(d)與週期及平均角速度無顯著相關。

五、球距(d)較小時，離心率會隨時間遞增；較遠時離心率會趨於飽和，且飽和離心率與球距無直接相關

六、週期與擺長 $^{0.508}$ 成線性關係，與錐動擺相似。

七、當施放角度不為零時，鋁球會以極扁的橢圓形軌道繞磁鐵運動。初期在靠近中心磁鐵時會造成擺繩震盪，但經一段時間後，鋁球軌跡趨於穩定，並做等週期運動，且橢圓軌道旋轉亦為等角速度。

八、鋁球的運動軌跡會因為其在繞過短軸時角度變化較劇烈而使 θ-t 圖呈現階梯狀。

九、在施放角度的實驗當中，若初始施放擺球公轉方向與磁鐵反向時，初期順時針公轉與後期逆時針公轉的角速度絕對值相近。

十、施放角度與橢圓軌道的旋轉角速度可用三角函數擬合

陸、未來展望與應用

一、未來展望

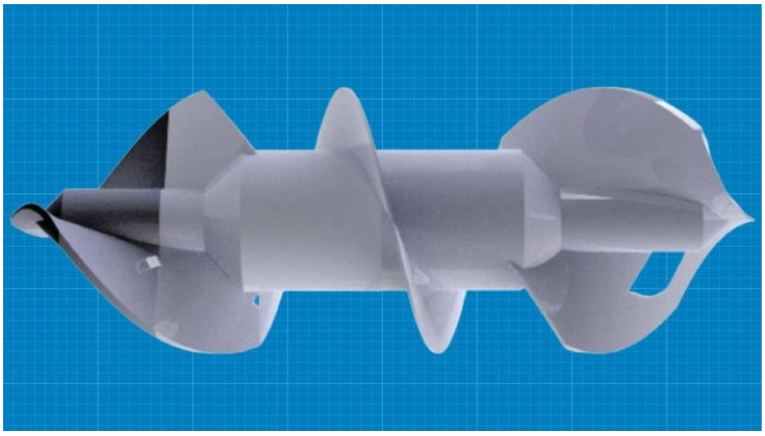
（一）、定量磁場擾動

造成鋁球橢圓軌道旋轉的力之來源在我們的假設中是因為磁鐵的磁極不完美對稱。未來可以以角度 α（磁場方向與鉛錘線夾角）來假設磁鐵之中軸的傾角，並以一比例常數 k 來表示磁鐵兩極磁性之比例，應可以推導出半徑會隨時間增長方程式。

二、應用

（一）、微型機器人

本研究成果是關於旋轉磁場下的渦電流變化，未來可以透過改良本實驗裝置利用旋轉磁場驅動微型機器，如此一來微型機器本身就不用攜帶電池，可以大幅降低機器本身的重量以及體積，將小尺寸的精密機械再做得更小。在生醫方面：將微型機器外型設計如下圖的螺旋形結構機器人，類似於微型螺旋槳，在體外使用旋轉磁場作為微型機器的動力，使其能穿越體內狹窄的血管或腸道進行樣本收集、病變檢查、微創治療或疏通血管阻塞等，能夠輕鬆穿越狹窄的空間，減少遺留在人體內的傷害。在電子製造方面：可以應用於清理管道內壁或其他難以接觸的狹窄空間，也可以用於清理電子設備內部的灰塵和微粒。



圖三十、
螺旋形結構示意圖

（圖片來源：https://interestingengineering.com/health/ex-vivo-aorta-trials-hint-at-millirobots-revolutionizing-clot-removal）

（二）、極端環境的控制系統

實驗端可用三相感應電動機的原理來模擬本實驗下方轉子產生的變動磁場。本實驗特色為可以將驅動裝置從原本機器上抽離，在極高溫、高壓環境下，利用其非接觸式的特性，讓操作人員與控制機械在較安全的環境下作業，如深水作業中的油井探測、太空工程中真空環境踏查等。

柒、參考資料及其他

1.Hermansen, J. M., Durhuus, F. L., Frandsen, C., Beleggia, M., Bahl, C. R. h., & Bjørk, R. (2023). Magnetic Levitation by Rotation.*Arxiv*.

2.The action Lab.https://doi.org/10.48550/arXiv.2305.00812*Magnetic Locking WITHOUT a Superconductor!*(2021, January 8). Youtube.

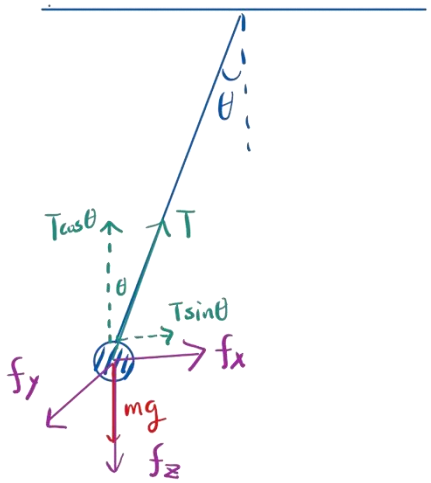
3.邱子宸. (2022). 週期性變化磁場對複合磁體磁浮特性的影響. 臺灣國際科學展覽會. https://twsf.ntsec.gov.tw/activity/race-2/2022/pdf/TISF2022-160017.pdf

4.阮羿寧, 陳彥洋, & 黃品函. (2013).「煞」費苦心--渦電流在磁煞車上的應用之探討. 中小學科學展覽會. https://twsf.ntsec.gov.tw/activity/race-1/53/pdf/030817.pdf

5.emir, C. (2023, December 21).*Ex Vivo Aorta Trials Hint at Millirobots Revolutionizing Clot Removal*. Interestingengineering. https://interestingengineering.com/health/ex-vivo-aorta-trials-hint-at-millirobots-revolutionizing-clot-removal

捌、附錄

除了力矩分析外，若以力分析的手法討論轉動中的鋁球，假設繩張力為 T，磁力的大小為 f ，並將 f 拆成 fx、fy、fz 三個方向向量，若將鋁球的運動視為在 X-Y 平面的圓周運動加上 Z 方向上的運動，並假定在某一個瞬間鋁球的位置如下圖所示，繩子與地平線法線夾 θ，可以列出以下式子 :



$$\begin{cases} T\sin\theta + f_x = F_c = \dfrac{mv_{xy}{}^2}{r} \\ f_y = mr\alpha \\ T\cos\theta - mg - f_z = ma_z \end{cases}$$

已知 f 可以表示為$f = \sqrt{f_x{}^2 + f_y{}^2 + f_z{}^2}$，故依序帶入

$$f = \sqrt{\left(\frac{mv_{xy}{}^2}{r} - T\sin\theta\right)^2 + (mr\alpha)^2 + (T\cos\theta - mg - ma_z)^2}$$

而透過 tracker 所得知數據和 excel 分析數據，上述式子中的參除了繩張力以外皆能透過實驗或計算取得，故磁力之施力可以以繩張力 T 表示 :

$$= \sqrt{\left(T - \left(\frac{mv_{xy}{}^2}{r}\sin\theta + \cos\theta(mg + ma_z)\right)\right)^2 + \left(\frac{mv_{xy}{}^2}{r}\right)^2 + (mr\alpha)^2 + (mg + ma_z)^2}$$

而對於繩張力的大小目前想到兩種測量方法。

(1).彈簧秤法

若是我們將綁鋁球的繩子換成彈簧，就可以依其在運動過程中長度的變化來求得繩張力；但其缺陷在於，其繩長的變化會影響到週期，會使得分析變得更複雜，或許可以用彈性係數大的彈簧，以正則模以及更多的實驗數據去分析其結果。

(2).拉力計法

同(1)為求得繩張力，未來可以於繩上方加入拉力計，來得知各時刻的拉力，不過目前尚未發現符合我們需求的設備。