

# 第七屆旺宏科學獎

## 成果報告書

參賽編號：SA7-231

作品名稱：快速光學等分原理與應用

姓名：蘇鈺恆

關鍵字：等分、鏡面、折射率

## 作品名稱：快速光學等分原理與應用

### 壹、摘要

為了更方便在直行作業簿上劃出等分的格子，使書寫字跡看起來整齊，我們利用鏡子發明了一個可以迅速等分劃出格子的工具。在研究設計過程中，發現一些有趣的物理現象。利用點光源與平面鏡原理，在平面上的兩條平行線可以劃出等距平分線，可做等分的功能。若將兩條平行線視為光源，本等分尺置於等分位置，前方線條於鏡面上反射，後方線條則穿過開口槽，並且與前方反射線對齊，將一透明材料放置於後方線條上方，此時後方線條產生折射，經過量測計算後可以得到透明材料的白光折射率，經過與標準試片的數值比較，可以了解本實驗設計的準確度。利用透明固體的折射率與厚度關係，進一步思考如何製作出  $1/3$  的等分尺，由於物體經過折射後的成像位置會因為視角關係而改變，因此想利用折射率的關係來製作  $1/3$  等分尺是不可行，但在研究過程中發現了另外一種製作  $1/3$  等分尺的方式，透過這種設計，亦可以完成  $1/5$  或是  $1/7$  的等分尺。

### 貳、研究動機

在學校寫作業、週記時，我們老師會要求將直行的作業簿畫出格子，寫起作業、週記會比較整齊。看到讀小一的外甥在寫家庭聯絡簿，都須要先畫出格子來，字才不會寫的歪歪斜斜、大大小小。要畫出漂亮的格子要先量出邊線長度，再計算等分成幾個格子，再用尺做記號，最後將這些記號連起來，好麻煩喔！因此一直思考如何做出一個可以很快畫出等分線的方法。

有一天早上起床，在鏡子前整理儀容時，看著鏡子裡的自己，挺漂亮的！突然，我看到鏡子裡的我和我的距離是那麼近，又是那麼遠！我和鏡子裡的我與鏡面的距離都是一樣的，這和我一直想的問題好像有點關係。趕快找片鏡子來試試看，將鏡子立於桌面，果然可以看到前面線條在鏡面上的成像，後面的線條呢？從鏡子的邊邊可以看到後面那條線，移動鏡子，兩條線一直靠近，對齊後畫線有點接近中間位置，可是會有誤差。

一直研究後發現，原來鏡子的反射薄膜鍍在後面，畫線會有一個玻璃的厚度誤差，所以不能用普通鏡子，要找反射膜在前方的鏡子。看到學校飲水機的表面

好亮，可以看到自己，好像鏡子，所以我想到要用鏡面不銹鋼來製作本作品。經過初步完成的等分尺後，更進一步研究反射與折射的關係，希望能利用本裝置量測透明材料的折射率，並進一步設計出  $1/3$  等分尺。

### 參、研究目的

- 一、設計製作一個可以迅速等分的工具
- 二、可以量測出透明物體的白光折射率
- 三、設計出具有  $1/3$  等分功能的等分尺( $1/5$  或  $1/7$ )

### 肆、研究設備及器材

- 一、M\C 切削加工中心機
- 二、雷射切割機
- 三、壓克力材料
- 四、不銹鋼鏡面鋼板

### 伍、研究過程或方法

#### 一、專利搜尋

由於最早的問題是如何迅速劃出等分的格子，因此除了自己構想外，也搜尋看市面上有沒有類似功能的文具。經過專利搜尋有一些資料可以參考，如圖 1 所示，為一多用途簡便製圖尺，使用上可以劃出等距平分線，可是劃格子時還是需要先量出總邊長及等分格子大小，再利用滾輪上的刻劃劃出平行線。可是若是等分的距離是有小數點時，就有點麻煩了。

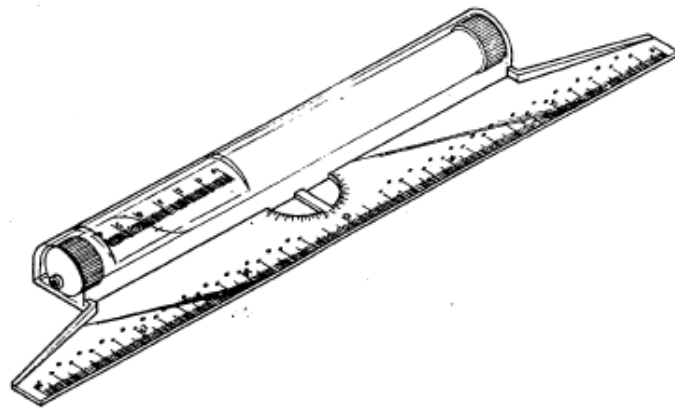


圖 1、多用途簡便製圖尺

下圖 2 所示為一等分規板，利用數學課時學的等分原理，在一線段外劃出夾一角度直線，直線上以量尺訂出固定寬度記號，數目為需要等分數，將最外面記號與原線段端點連線後，將各線段平行連線劃出，即可等分線段。使用上需要有一張較大的桌面，構造亦較複雜。

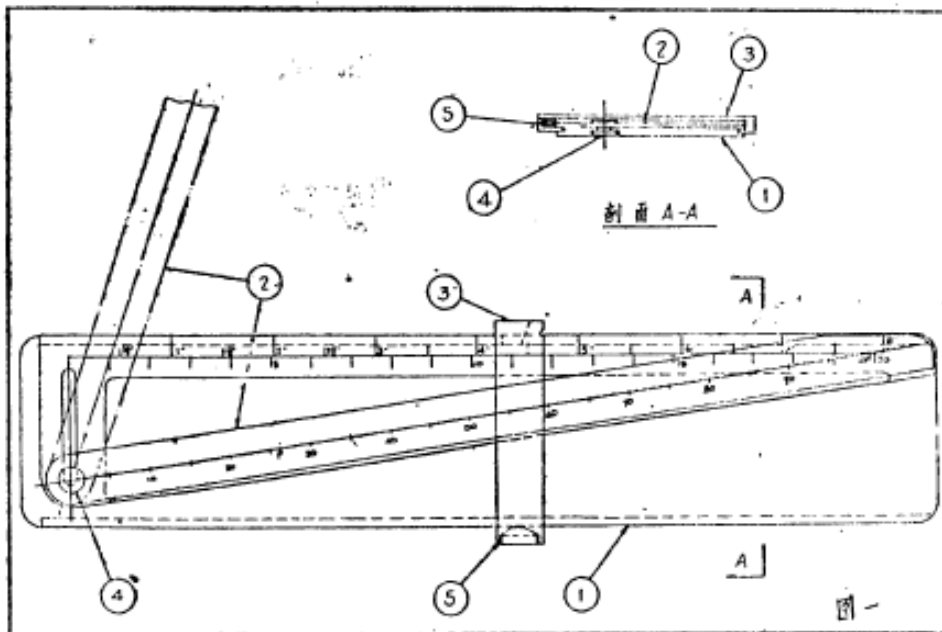


圖 2、等分規板

## 二、反射與折射原理

光線在不同的介質中會有不同的速度，當光線從一個介質射入第二個介質中時，一部份的光線被反射回第一介質中，反射的光線依據反射定律，入射角等於反射角，而另一部分的光會穿透進入第二個介質中，其中入射線與反射線及法線都在同一平面上。穿透的光線會遵守 Snell 折射定律，折射角度與兩個介質的折射率有關，相對折射率的定義為光在兩種介質中速度的比值。

光的折射定律：

1. 入射線、折射線各在法線的一側，且與法線同在一平面上。
2. 光由傳光速度大的介質射入傳光速度小的介質（如光由空氣射入水中）時，折射角小於入射角，折射線偏向法線。
3. 光由傳光速度小的介質射入傳光速度大的介質（如光由水射入空氣中）時，折射角大於入射角，折射線遠離法線。

$$n_{21} = \frac{V_1}{V_2}$$

其中  $V_1$  為光在介質 1 中的速度， $V_2$  為光在介質 2 中的速度。

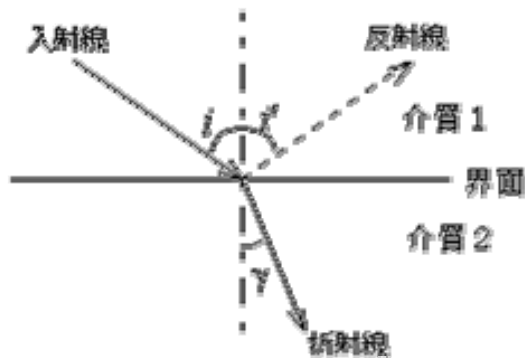


圖 3、反射與折射定律

絕對折射率又簡稱為折射率，是指介質相對於真空的折射率，又光在空氣中的速度接近在真空中的速度，所以絕對折射率可以改為介質相對於空氣的折射率。公式如下

$$n = \frac{c}{V_M}$$

$c$ 為空氣中的速度， $V_M$ 為光在介質中的速度，根據Snell定律

$$n_1 \cdot \sin i = n_2 \cdot \sin \lambda$$

其中 $n$ 為空氣的折射率，

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{\sin i}{\sin \lambda} = \frac{c}{V_M} = n_{12}$$

對於單頻光而言，兩個介質的相對折射率為常數，但是對於白光而言，在玻璃、水等介質中的光速會隨波長增長而增大，因此折射率會隨波長增加而減少，這種現象稱為色散，例如三菱鏡能使白光分成各種不同顏色的光。

表一、光在不同介質內的速度

介質	光速 (公里/秒)
空氣	300000
水	225000
玻璃	200000

不同的玻璃就會有不同的常數項，而不同的玻璃（或材質）會有不同的折射率公式的形式，所以要找到一個折射率方程式能夠滿足所有材質是不可能的。但是有許多材質只是一種泛稱，例如壓克力，每一家所的配方都不一樣，折射率也會有所不同，所以對壓克力而言是沒有折射率公式的。

表二、各種材質與液體的折射率：

常用晶體及光學玻璃折射率表					
物質名稱	分子式或符號	折射率	物質名稱	分子式或符號	折射率
熔凝石英	SiO <sub>2</sub>	1.45843	重冕玻璃	ZK8	1.61400
氯化鈉	NaCl	1.54427	鈹冕玻璃	BaK2	1.53988
氯化鉀	KCl	1.49044	火石玻璃	F1	1.60328
螢石	CaF <sub>2</sub>	1.43381	鈹火石玻璃	BaF8	1.62590
冕牌玻璃	K6	1.51110	重火石玻璃	ZF1	1.64752
	K8	1.51590		ZF5	1.73977
	K9	1.51630		ZF6	1.75496
重冕玻璃	ZK6	1.61263	水	H <sub>2</sub> O	1.33
			鑽石	C	2.417

### 三、等分尺製作

#### (一)、原理、功能介紹

##### 1. 原理說明

物理課本光學篇，光線的入射角等於反射角，等分尺的原理是利用點光源與平面鏡原理，將鏡面垂直立於紙上，在鏡面上可以看到鏡面前方的線條，鏡面上的孔洞可以看到後方的線條，兩條線在鏡面上對齊，鏡面所在位置就在兩條線的中點，如圖 4、5 所示。

當我們在選擇平面鏡材料時，發現有些鏡子應用時會有誤差，原因是因為傳統的鏡子在底面上鍍銀後，再鍍銅或油漆加以保護，這種鏡子就是所謂的「第二面鏡子」(second surface)。但是如果牽涉像的問題，就必須使用「第一面鏡子」(first surface)，所謂第一面鏡子是指在玻璃的第一面上鍍銀後加上一層氧化矽或氟化鎂作保護，但是容易損壞，因此我們最早使用鏡面不銹鋼來製作作品。

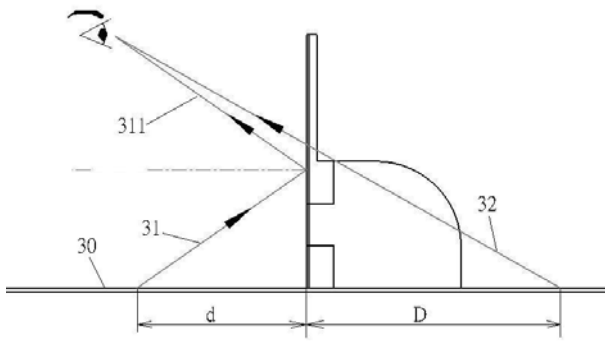


圖 4、線條未對齊前

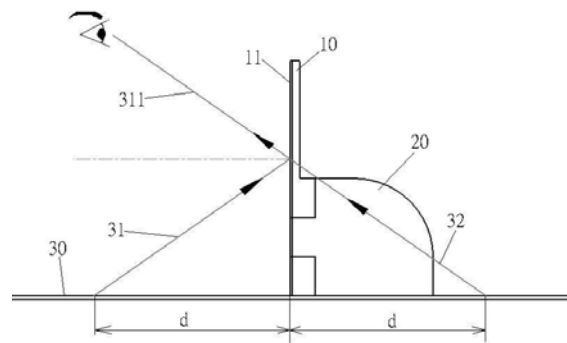


圖 5、線條對齊後位置

## 2. 功能介紹

可以迅速畫出等分線，如直行作業簿等分成若干格，利用本裝置就可以很快的畫出格子來，其他如等分角線、等分圓、矩形紙張對半等分就不用再用尺量了。

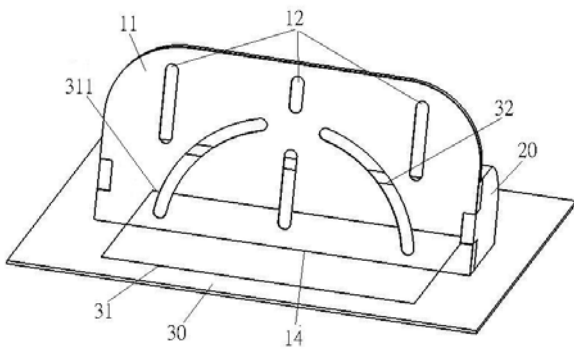


圖 6、畫等分線

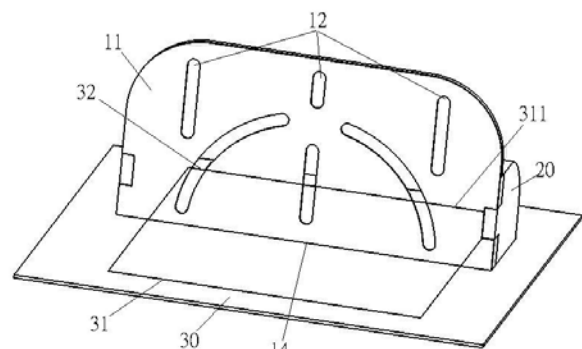


圖 7、畫等分線

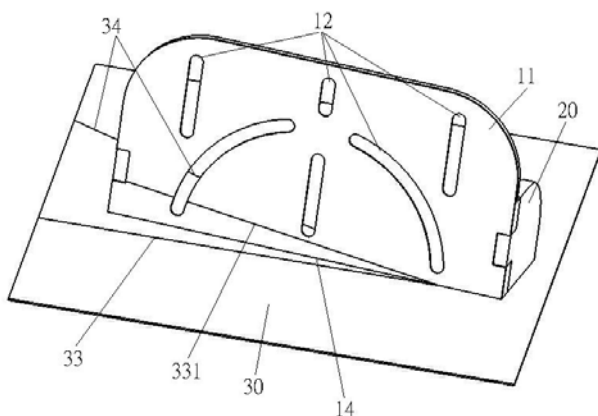


圖 8、畫等分角線

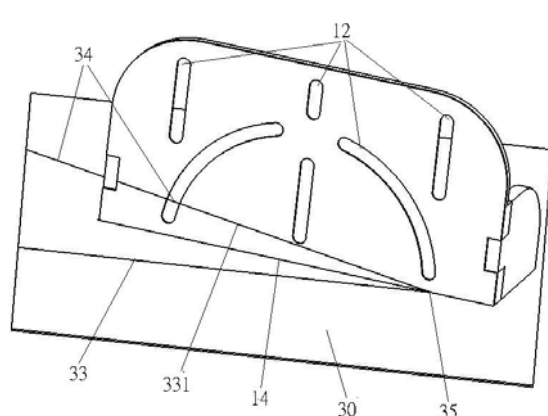


圖 9、畫等分角線



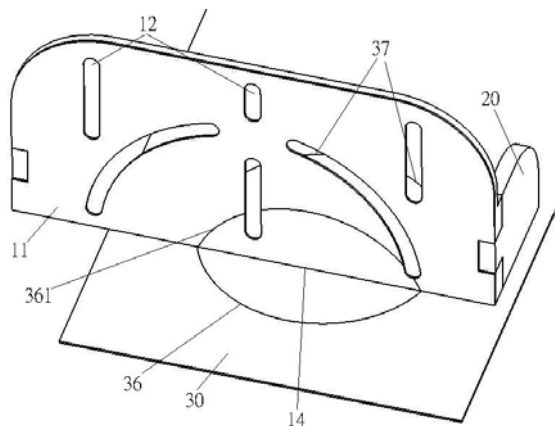


圖 10、畫圓中心線

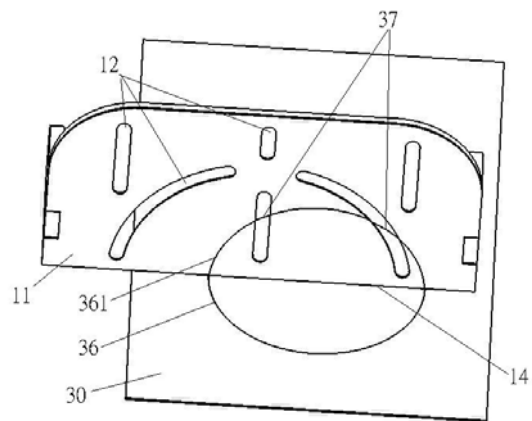


圖 11、畫圓中心線

(二)、等分尺作品說明

本作品有一不銹鋼鏡面、一個基板及一個以上的支架，有支架比較容易讓鏡面垂直於桌面上。鏡面及基板上有多個孔槽，可以看到鏡面後方景象。

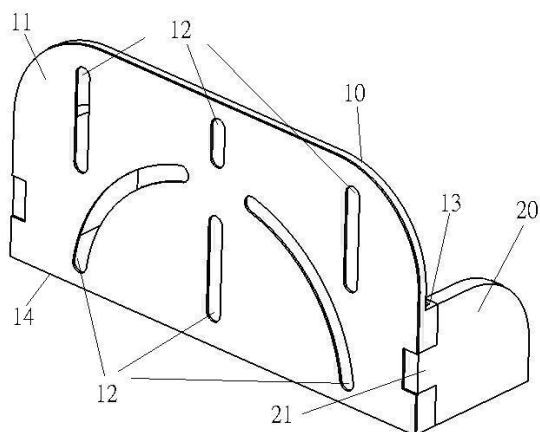


圖 12、作品設計圖前方示意圖

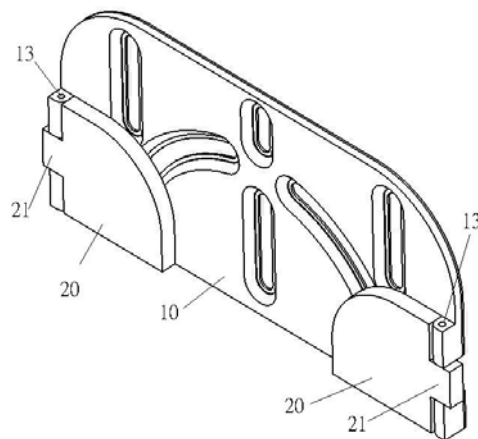


圖 13、成品設計後側示意圖

表三、作品圖示各符號說明：

編號	說明	編號	說明	編號	說明
10	基板	30	紙張		
11	鏡面	31	前方平行線	311	前方平行線鏡面反射
12	穿透的孔槽	32	後方平行線		
13	轉動軸	33	前方直線	331	前方直線鏡面反射
14	畫線的邊緣	34	後方直線		
20	支架	35	33 與 34 直線交點		
21	支架連接側	36	前方圓弧線	361	前方圓弧線鏡面反射
		37	後方圓弧線		

加工完成作品如下：

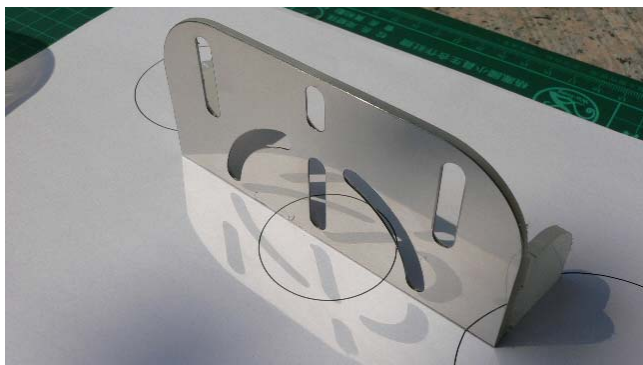


圖 14 作品前方

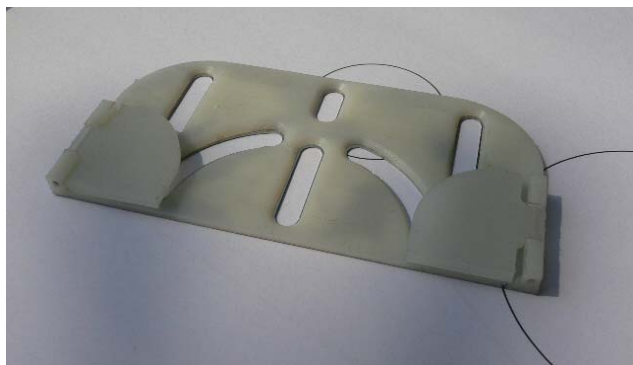


圖 15 背面支架收起來

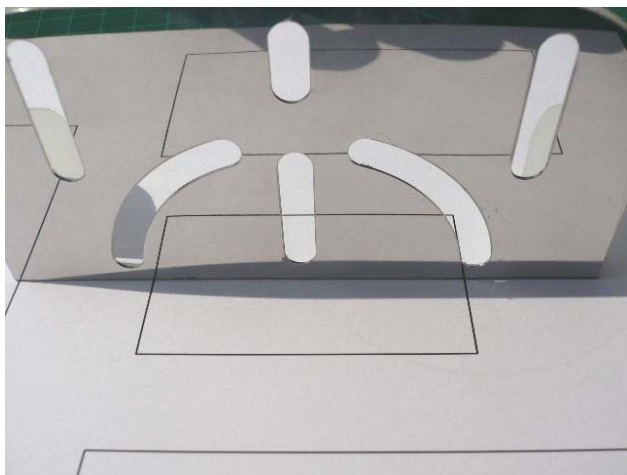


圖 16 等分矩形

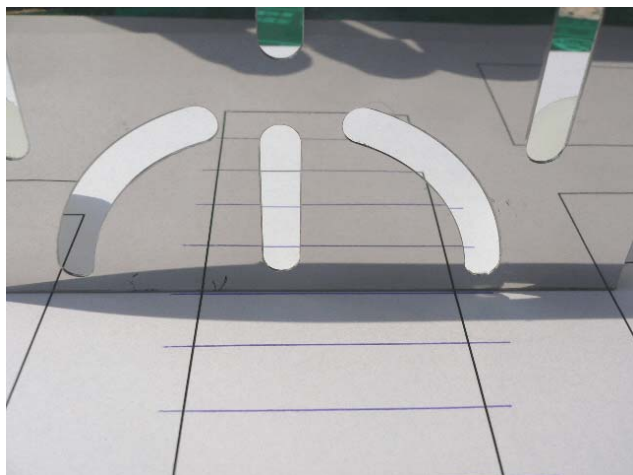


圖 17 等分畫格子

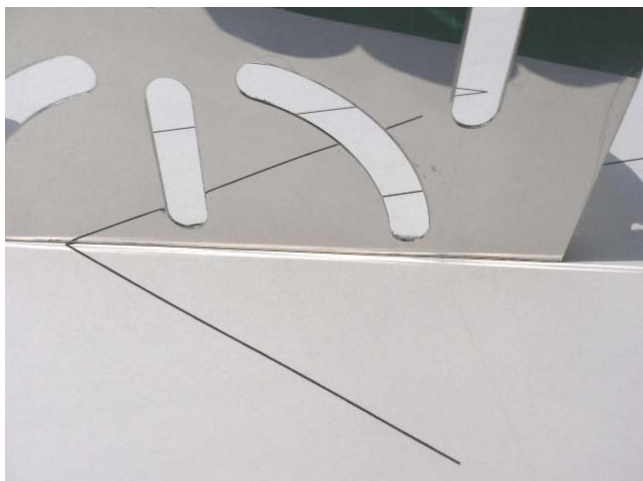


圖 18 等分角前

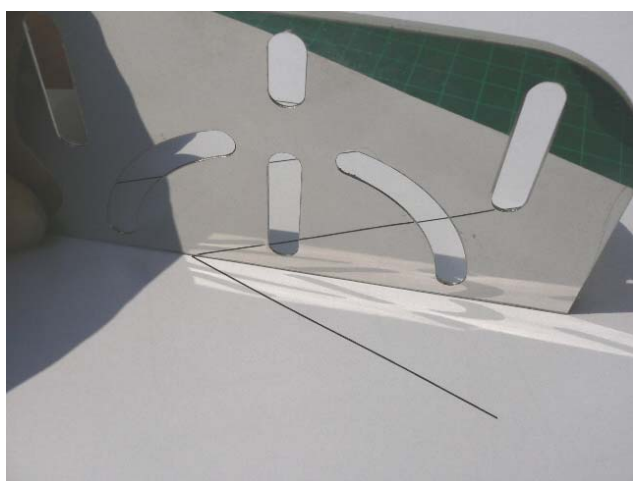


圖 19 等分角完成

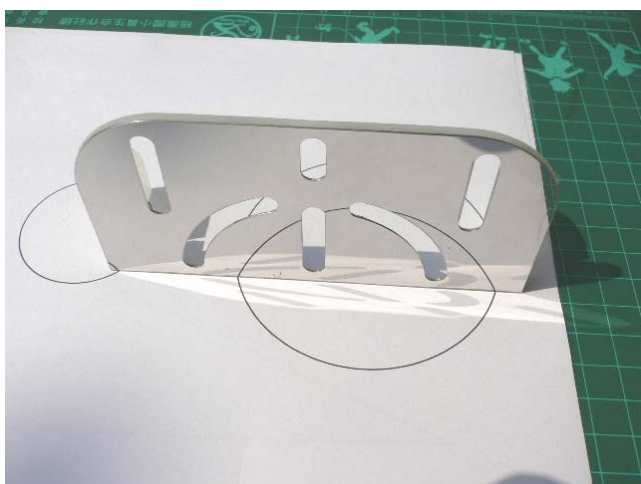


圖 20 等分圓前

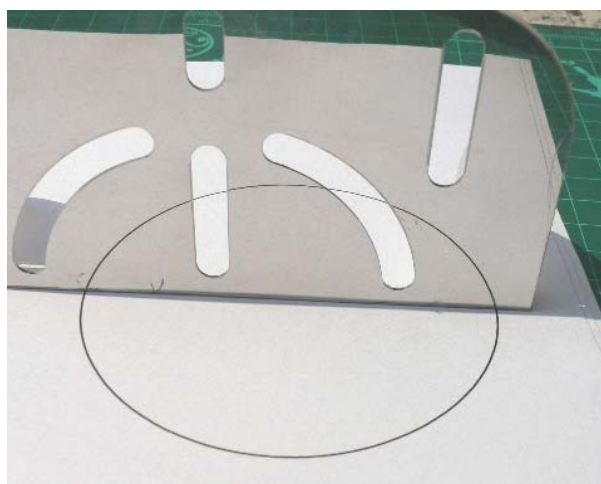


圖 21 等分圓完成

#### 四、折射率量測設計

##### (一) 固體折射率量測

量測折射率的方式很多，可以利用雷射筆照射實驗求得，亦可利用高度之視差來決定玻璃及某些透明物體對白光之平均折射率。在實驗中利用移測顯微鏡來量測視差距離，進而利用下列公式計算出平均折射率，在實驗時必須將顯微鏡垂直立於記號的正上方或是以一個很小的角度來觀看記號的焦距。

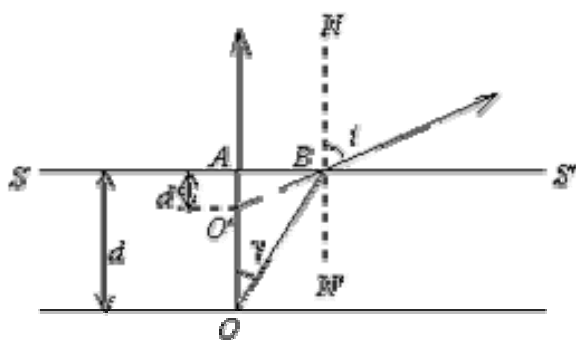


圖 22 小斜角觀察記號(摘錄自物理通資料)



從圖 24 中發現

$$\overline{FE} = m + l$$

$$\overline{EH} = m + l - t$$

由於 $\triangle EHD$ 為 $45^\circ$ 直角三角形

$$\overline{EH} = \overline{HD} = \overline{FG}$$

$$\therefore \overline{CG} = l - \overline{FG}$$

$$\overline{CG} = l - (m + l - t)$$

$$\overline{CG} = t - m \quad (1)$$

$$\sin b = \frac{\overline{CG}}{\overline{CD}} \quad (2)$$

$$\tan b = \frac{t - m}{t} \quad (3)$$

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{\sin i}{\sin \lambda} = n_{12} \quad (4)$$

$$n = \frac{\sin 45}{\sin b} = \frac{1}{\sqrt{2} \sin b} \quad (5)$$

將理論設計實際製作實驗裝置，我們將學校機械科的游標高度規改裝成如下圖 25 所示構造，其具有兩組副尺，下面一組作為調整鏡面上刻劃的高度  $l$ ，上面一組具有微調裝置，用於量測  $m$  值。

#### 實驗步驟

1. 利用 AutoCAD 繪出一  $100 \times 100 \text{mm}$  的田字型方格，並完成  $1:1$  出圖。
2. 將鏡面副尺對齊中間分格線後，並移動鏡面副尺，使鏡面副尺上的刻劃高度為  $50.00 \text{mm}$ 。
3. 將量測副尺對齊鏡面副尺上的刻劃，此時讀出副尺游標值  $R_1$ 。
4. 將待測材料放置於後方線條上，由於折射關係，使得線條上偏，移動視線對正鏡面上的反射線條與刻劃對齊。利用量測副尺對齊後方線條，讀出游標值  $R_2$ 。
5. 重複步驟 1~4 五次，計算平均  $n$  值。

我們同時使用相同的材料，利用雷射筆來量測透明材料的折射率作為比較。由於我們使用一般容易取得的雷射筆，因此設計一個固定的裝置，使雷射筆容易使用於下列實驗。

1. 利用 Auto CAD 列印一含角度刻劃的圓形圖案
2. 將透明材料一邊置於圓形圖案的中心線上。
3. 將雷射筆固定裝置上的中心線對齊一入射角。
4. 將針在透明材料的另外一側移動，觀察雷射光源照射到針產生反光位置。
5. 將針插入紙張後，移開透明材料，讀出折射角。

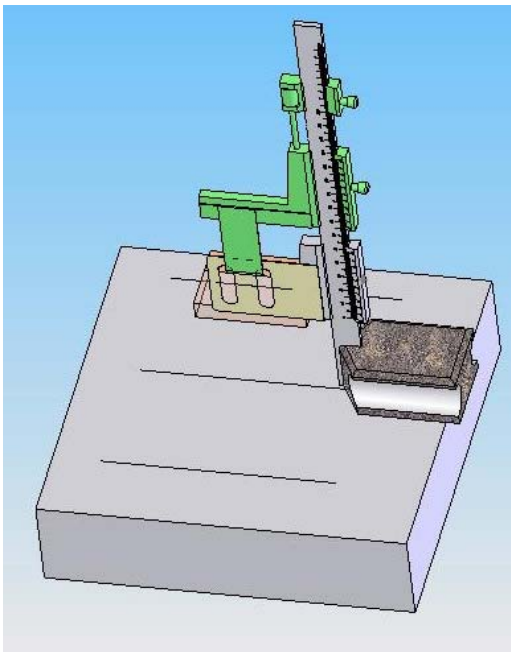


圖 25 實驗設計

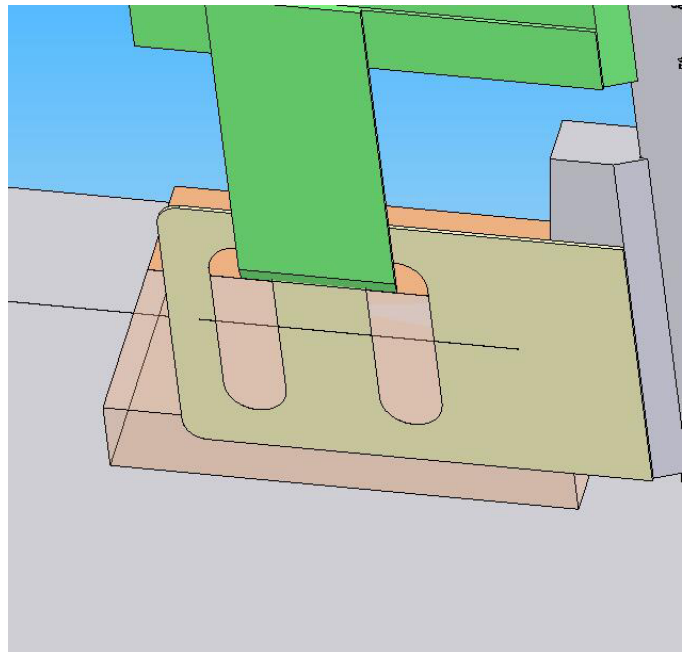


圖 26 量測 M 值

圖 27、28 為利用塊規完成鏡面上一 50.00mm 的高度劃線及完成量測游標的定位。



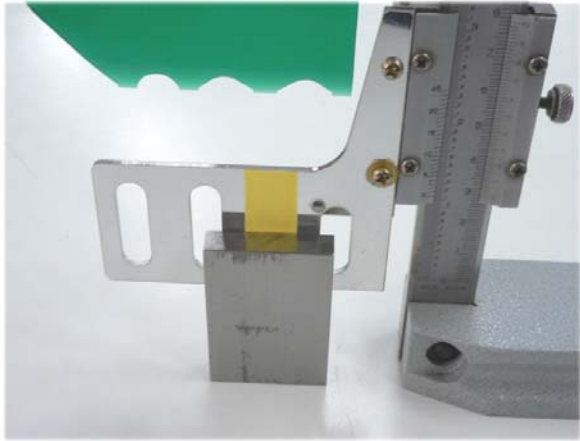


圖 27 劃出高度 50mm 刻劃

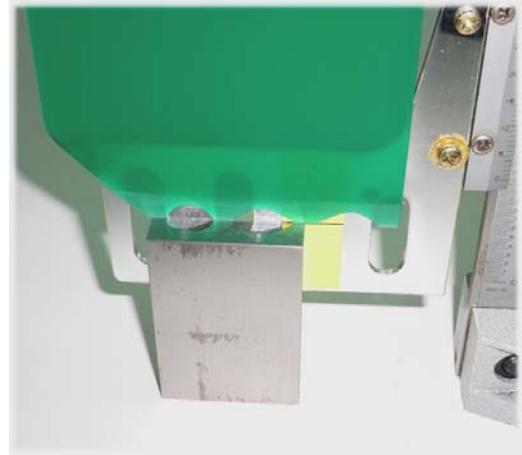


圖 28 量測游標定位



圖 29 雷射筆固定裝置

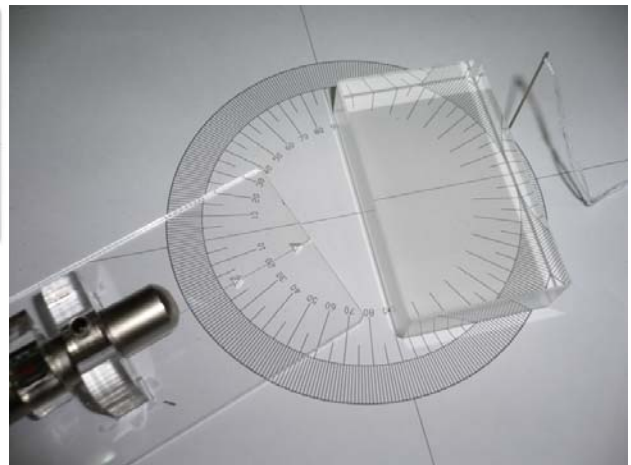


圖 30 利用雷射筆量測折射率

## 陸、研究結果

### 一、等分效果

#### (一) 在格子等分效果

為了解等分的精確度，我們設計先以 AutoCAD 繪圖軟體劃出 100mm 的平行線，再以設計製作的等分尺去等分，依序等分至 1/16 後再以直尺量測間距，經過初步的實驗，格子等分誤差都在 0.5mm 以下，由於等分尺部分是以塑膠製作，因此有彈性，所以劃線時盡量貼緊紙張。

## (二) 角度的等分效果

角度精確度的實驗同等分格子，但其中的繪圖為一 90 度夾角，再利用等分尺做等分角度工作後，再以量角器量測各等分角度。

## (三) 圓的等分效果

等分尺等分圓的精確度檢查，同樣利用 AutoCAD 繪圖軟體劃出直徑不同的圓，同時劃出圓心線後出圖，再利用直尺量測誤差量。初步實驗的亦可以達到相當精確度。

## 二、利用本裝置量測物質的折射率

### (一) 固體折射率量測

為檢驗本裝置量測固體折射率的準確性，因此我們選用一已知折射率之標準試片進行驗證。選用的標準試片為日製 Nakamura 直方體 A CAT.NO D20-1392 其折射率為 1.52。

表四、經等分裝置測量標準試片所得結果

實驗次數	R1	R2	m	t	tan b	b	sin b	n	平均 n
1	93.62	99.16	5.54	14.54	0.618982	0.55426	0.526314	1.343709	1.380644939
2	93.68	99.12	5.44	14.54	0.62586	0.559217	0.530523	1.33305	
3	93.44	99.04	5.6	14.54	0.614856	0.551271	0.523771	1.350236	
4	94.26	99.62	5.36	14.54	0.631362	0.563161	0.533862	1.324713	
5	93.94	100	6.06	14.54	0.583219	0.527989	0.503797	1.403767	
6	93.66	99.12	5.46	14.54	0.624484	0.558228	0.529684	1.335161	
7	93.6	99.34	5.74	14.54	0.605227	0.544254	0.51778	1.365857	
8	93.92	100.72	6.8	14.54	0.532325	0.489172	0.469895	1.505046	
9	93.34	99.86	6.52	14.54	0.551582	0.504057	0.482982	1.464265	

利用雷射筆量測折射率結果如下表八



表五、以雷射筆量測標準試片結果

入射角	10	20	30	40	50	60	平均
折射角	6.5	13	19.5	26	32	38	1.531506
折射率	1.53733	1.53395	1.52831	1.52042	1.53324	1.53578	
折射角	6.7	12.9	19.3	26.2	31.7	38.1	1.528261
折射率	1.49149	1.54579	1.544	1.50901	1.54737	1.53189	
折射角	6.6	13.2	19.4	25.9	31.5	37.5	1.533272
折射率	1.51407	1.51081	1.53611	1.52619	1.55695	1.5555	

實驗結果發現與實際試片折射率相差甚多，其中第 1~7 次的實驗是目視距離較近的情況下取得，與實際折射率相差甚多，第 8~9 次為目視距離較遠的情況取得實驗數值，較接近於標準試片的折射率。因此我們初步假設的理論有問題，經過研究後發現，後方紙張上的線條經過透明物質折射後，從透明物質表面到觀察者的眼睛夾角並不是 45 度，如下圖 31 所示。



## 柒、討論

### 一、等分的誤差問題探討

等分結果經過實際作圖與量測後發現有誤差的原因，可能鏡面不夠平整，由於鏡面不銹鋼經過切削加工中心機加工後會有變形的情況，因此希望能利用壓克力鏡面來製作等分尺部分，製作的方式有兩種，一種是維持鏤空的方式，希望這些鏤空可以有一些花樣變化，我們選用鏡面壓克力板經過雷射切割後可得，將產品放置一段時間後，檢查變形狀況，發現可能因為利用熱切割，使材料產生內應力，一段時間後就產生變形。

另外一種方式是直接在整塊壓克力板材(或是其他透明材質)上鍍上鏡面，鏤空部分僅有鏡面部分，材料部份依然存在，由於材料具有折射率，因此我們初步的想法，底板需要有另外一塊厚度相同，材質一樣的板材，線條經過兩次折射後，可能成像在相同位置，假設作圖 32 如下。但經過實際測試發現顯示並非如此，因此這部分的設計還是以鏤空鏡面板來實施。

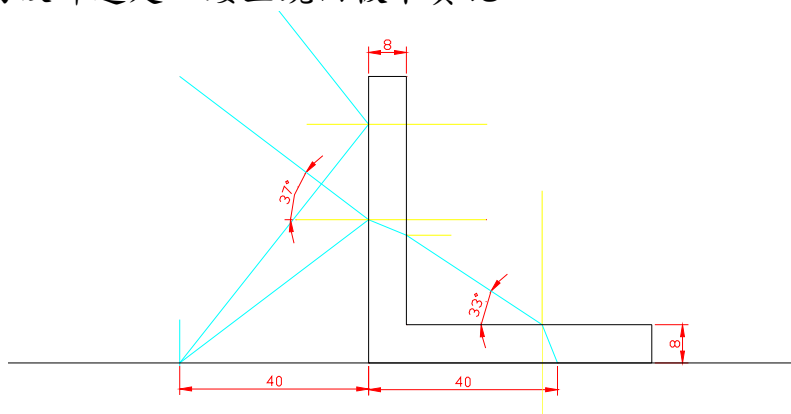


圖 32 使用兩塊等厚壓克力版製作等分尺

### 二、透明物體折射率量測討論

折射率的量測方法很多，物理實驗中使用雷射筆量測方法，容易使用準確率亦相當高。本實驗設計的等分尺在量測折射率的功能上並不方便，使用上容易有誤差產生，但考量設計 1/3 等分尺，因此必須盡量去了解折射率與等分的關係。

實驗後發現原本假設的結果與實際實驗相差甚多，因此我們再針對折射更深入的去了解，北市成淵高中徐國城在其「視深」一文中提到，當觀察者由光疏物

質去看光密物質中的物體時，視深會隨著觀察角度的增加而變小，而且像的位置也會越來越靠近觀察者，其歸納得到成像點  $S'$  ( $x'$ ,  $y'$ ) 的公式。

$$y' = -\frac{hn_{21}^2 \cos^3 \theta_2}{(n_{21}^2 - \sin^2 \theta_2)^{3/2}}$$

$$x' = -\frac{h(1 - n_{21}^2) \sin^3 \theta_2}{(n_{21}^2 - \sin^2 \theta_2)^{3/2}}$$

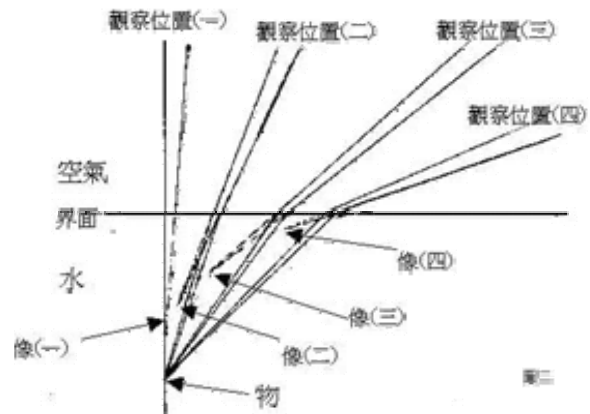


圖 33 觀察者位置與成像關係

因此我們利用自行設計的裝置時，忽略了成像會朝觀察者靠近，所以計算來的折射率會有很大誤差。在未來的實驗設計時必須考量下列兩點：

1. 實驗裝置必須能考慮觀察者到鏡面的距離。
2. 成像朝觀察者移動的現象

### 三、實驗修正與驗證

利用圖 31 所示，我們將實驗設計修改，使觀察者可以限制其中的  $X$  值，完成的架構如圖 34、35 所示。圖中一垂直立面作為限制面，限制觀察者到游標高度規的距離，距離設計上分別為 150 及 350mm 的距離。

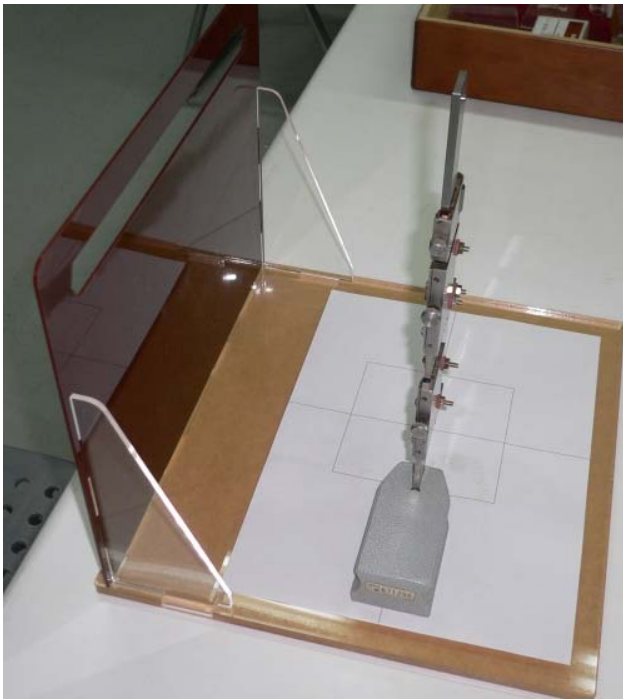


圖 34 修正後的實驗架構



圖 35 量測狀況

表六、修正後折射率量測實驗結果

x	m	tan a	a 角度	l	t	tanb	b 角度	n	平均
150	5.18	1.035769	46.00659	50	14.54	0.543767	28.53587	1.505979	1.509236
150	5.2	1.035912	46.01054	50	14.54	0.541942	28.45512	1.509995	
150	5.16	1.035626	46.00263	50	14.54	0.545591	28.61648	1.501994	
150	5.26	1.036341	46.02241	50	14.54	0.536464	28.21198	1.52223	
150	5.18	1.035769	46.00659	50	14.54	0.543767	28.53587	1.505979	
350	6.02	1.017501	45.49701	50	14.54	0.536042	28.1932	1.509619	1.497377
350	6	1.017442	45.49534	50	14.54	0.537611	28.26295	1.506157	
350	5.88	1.017087	45.48535	50	14.54	0.547017	28.67939	1.48585	
350	5.98	1.017383	45.49367	50	14.54	0.539179	28.33261	1.502717	
350	5.86	1.017028	45.48369	50	14.54	0.548584	28.74845	1.482542	

經過重新量測後得到如上表六的結果，從表中數據顯示誤差量較先前實驗少，可是在目測距離為 150mm 的誤差反而較目測距離 350mm 的結果少，從圖 36 中發現，由於人的眼睛為一平面，不是一個點，所以在目視位置 X 的地方，折射後的線條與 45 度的反射線條會有一個距離，由於實驗架構製作的關係，目前是先忽略 M 值。理論上目視距離越遠，視線錐角 M 值會越小，誤差會越小。經過討



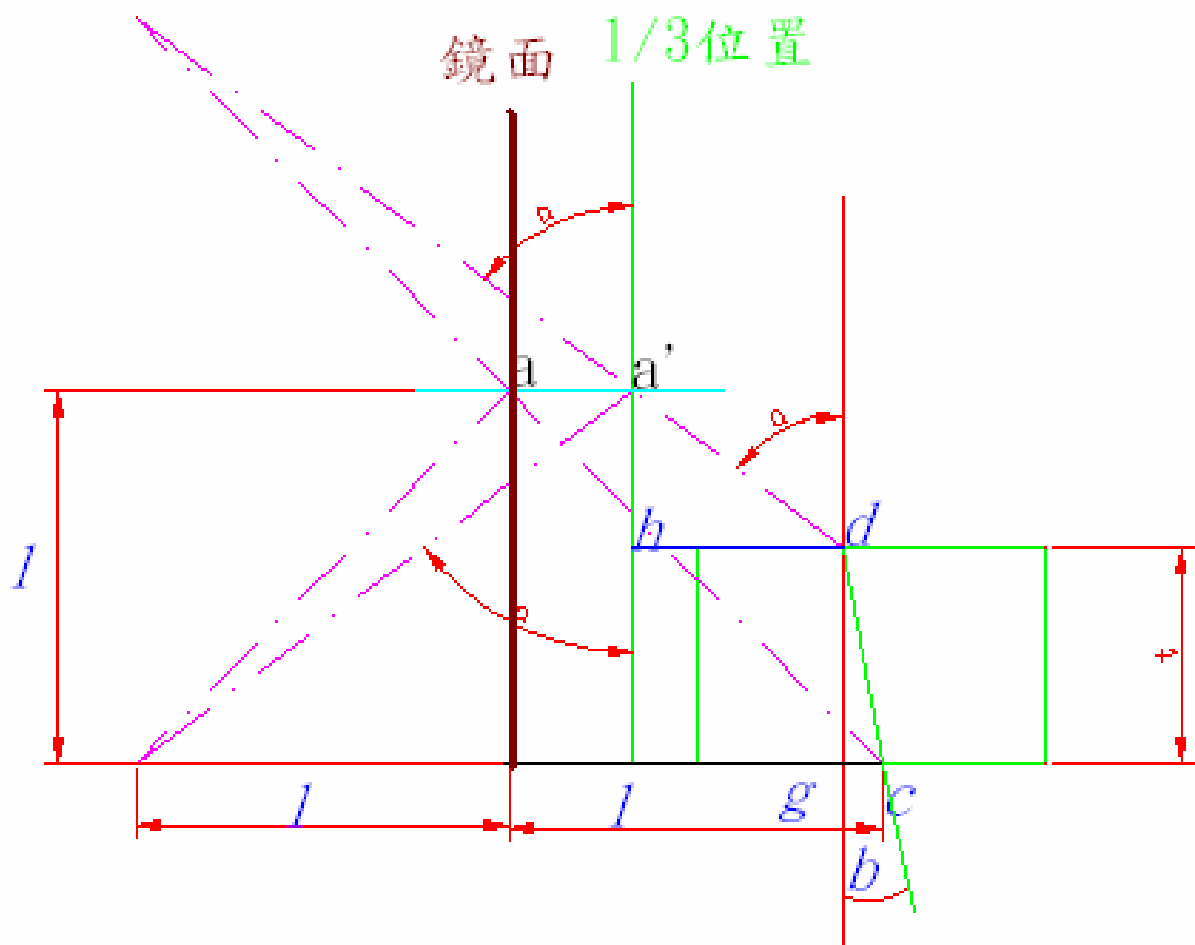


圖 37、利用透明材料折射率作 1/3 等分之原理示意圖

設水平兩平行線距離為  $2l$ ，將鏡面置於兩平行線中點，並於 45 度位置作記號，將鏡面後移直到位於兩平行線的 1/3 處，此時

$$\tan a = \frac{4}{3} \frac{l}{l} \quad \tan a = \frac{4}{3}$$

得  $a$  接近 53.1301 度

經過推導後得出下列式子

$$t(1 + \frac{4}{3} \tan b) = \frac{l}{9}$$

從公式中得知透明材料的厚度  $t$  會隨著兩線段距離  $2l$  改變，同時亦與透明

材料的折射率( $n$  角度)有關係，因此以透明材料作為製作  $1/3$  等分尺的方向是有問題的。

在研究過程中又從圖 37 中發現一些現象，其中鏡面上的  $a$  點與  $l$  好像有一點關係，做不同比例的等分好像可以應用到，因此我們針對圖 37 重新設計出一個  $1/3$  的等分裝置如圖 38 所示。設計上如之前的白光折射率量測裝置，有一活動可固定的對正板，先利用鏡面板對正於兩平行線的中點，並且使 45 度板的前緣尖端對正前方線條，將對正板下移，使對正板下緣切齊 45 度板的斜邊後固定起來，再來將 36.8699 度板往前推直到其斜邊亦與對正板下緣切齊後固定，向後移動整組等分裝置，直到 36.8699 度板前緣尖端與前方線條切齊，這時鏡面所在位置即為  $1/3$  等分位置(哈！終於做出來了)。

利用同樣的原理，亦可以製作出  $1/5$ 、 $1/7$  等分的等分尺，想做圖  $1/5$  等分時，將圖 38 中的 36 度板取下更換成  $\tan \theta = 5/8$  的角度板即可。同理  $1/7$  等分時就更換為  $\tan \theta = 7/12$  的角度板即可。

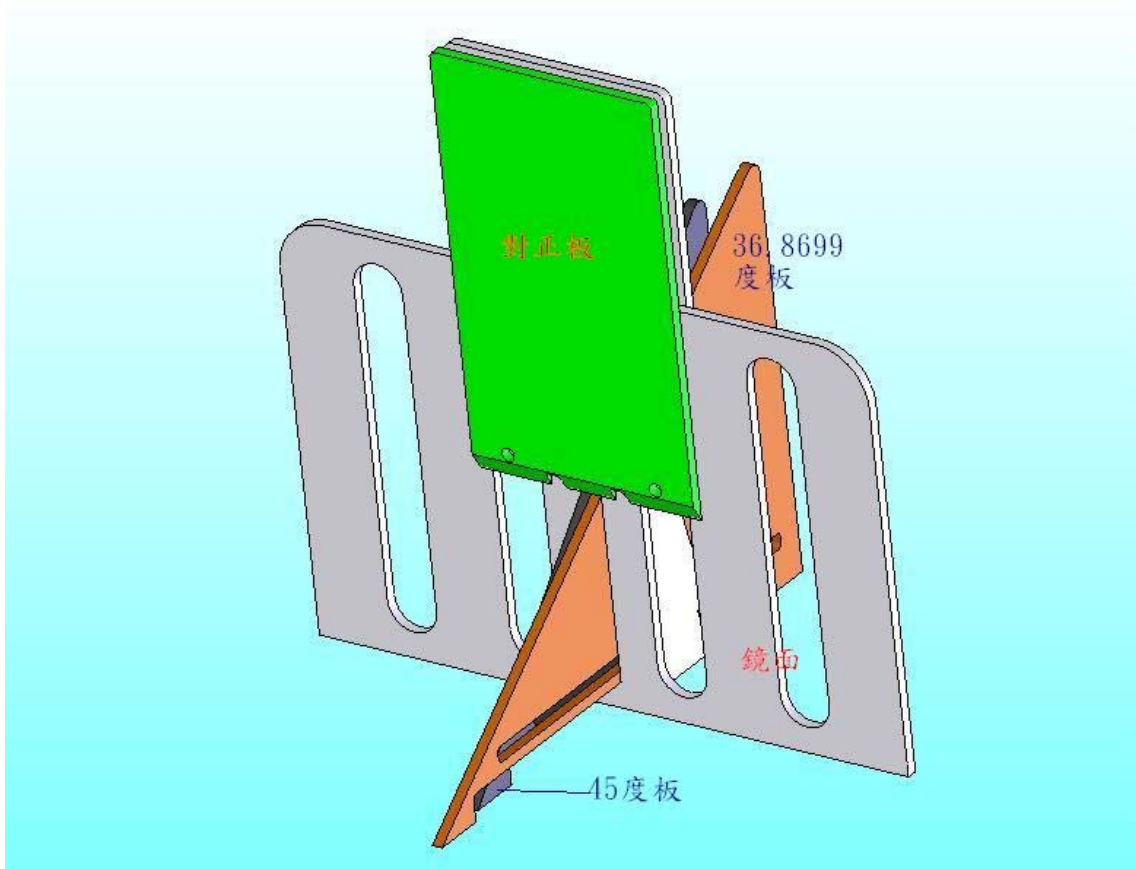


圖 38、新設計的  $1/3$  等分裝置



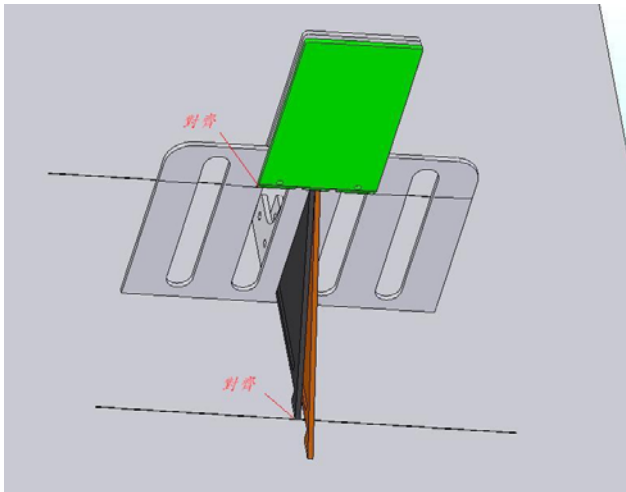


圖 39、中分位置設定

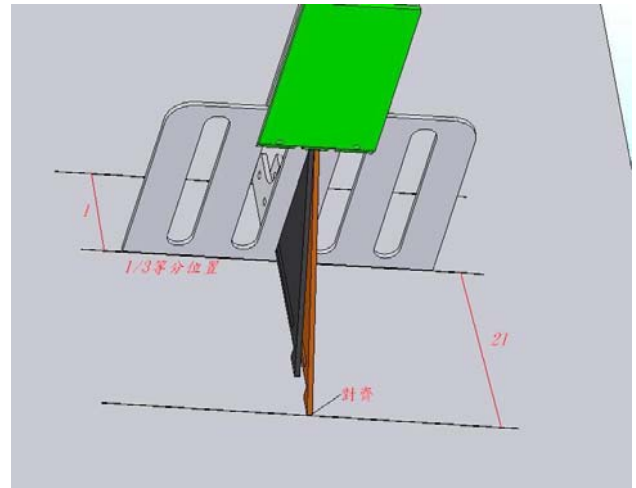


圖 40、1/3 等分位置完成

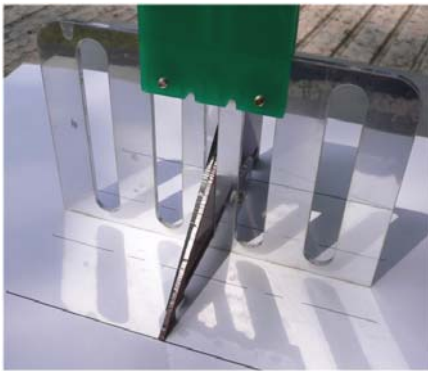


圖 41、等分位置

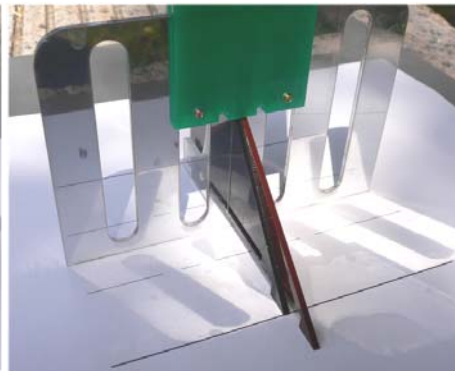


圖 42、45 度及 37 度板對齊

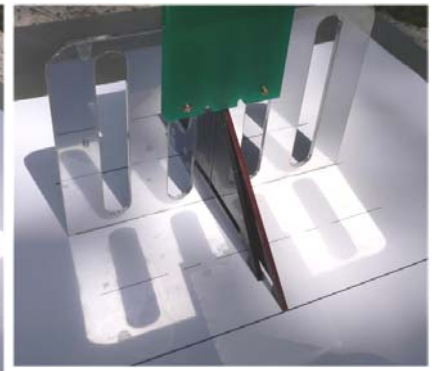


圖 43、1/3 等分完成

## 捌、結論

從最早的問題解決中，我們利用物理的平面鏡現象製作了等分尺，再深入研究時發現光線在物體中的路徑會因為折射率的不同而產生不同的現象。等分尺設計完成後，思考利用物體折射率關係，也許可製作出 1/3 等分的工具，經過研究後發現，光線經過透明物體後射出，因觀察角度的不同，像產生的位置也會移動，除了上下移動外，還會有左右偏移，因此利用兩片壓克力成直角製作的等分尺是不可行的。利用等分效果來量測物體折射率時，誤差亦很大，主要是因為物體進入眼睛時有一錐角，加上成像位置會左右偏移，使實驗的結果產生很大的誤差。由於利用本實驗設計的裝置觀察折射率時，希望視線位置在 45 度的夾角位置，

因此我們重新製作實驗架構，經過實驗後，可以推算出較接近透明物質的平均白光折射率。原本想利用不同透明物質的折射率關係，來作為研究製作出能快速 1/3 等分的工具，可是經過一連串的設計研究發現這個設計方向不可行，因為經過透明物質後折射的成像位置會改變，但卻也在研究過程中發現另外一種做法，經過實際製作測試，可以達到我們的需要，同時也可以做出 1/5、1/7 的等分功能，最後終於完成這一連串關於鏡子的設計研究，鏡子裡有東西！你發現了嗎？

## 玖、參考資料及其他

1. 譯者楊建人，實用通俗光學，第二版，台北，徐氏基金會出版，民 78 年。
2. 譯者曹培熙·駱劍秋，基礎物理學(下冊)(第二版擴增本)，曉園出版社，民 79 年。
3. 視深，徐國誠，科學教育月刊,台灣師大科教中心出版, 267 期 p17-26。
4. 相關網址

物理通 <http://ezphysics.nchu.edu.tw/physiweb/down/exp6.htm>(中興大學物理系)