

# 第七屆旺宏科學獎

## 成果報告書

參賽編號：SA7-623

作品名稱：

測量液體折射率的創新方法－透鏡成像法與光度計法

姓名：簡振淇

關鍵字：折射率、新方法、透鏡成像

## 摘要

本作品中我們使用高中實驗室必備的透鏡成像器材，利用凸透鏡成像的原理，物體放在透鏡焦點稍外影像成在鏡後遠處，如果物距產生小變化，像距將產生大的變化。而我們將水溶液放在物體與透鏡之間的容器，改變物體至鏡面的光程，測量像距產生的變化，利用實深與視深的概念與關係計算出水溶液的折射率。以此方法我們測量氯化鈉水溶液的折射率隨濃度變化的關係及純水的折射率隨溫度變化的關係。

## 壹、研究動機

一次在上光學實驗時，老師問了我們許多有關於折射率改變的問題，老師也建議我們能夠親自實驗找出答案。起先是利用教科書中的方法——利用雷射光入射再測量角度折射的變化，但效果很不好，便讓我們有了想要創新一般高中實驗中測量折射率方法的動機，並用此裝置來討論一些有關折射率的問題。

## 貳、研究目的

- 壹、尋找在高中實驗室能精確測量水溶液折射率的方法。
- 貳、利用此方法了解氯化鈉水溶液濃度在定溫時折射率與濃度之間的關係。
- 參、利用此方法了解水在不同溫度(0°C-100°C)時折射率的變化。

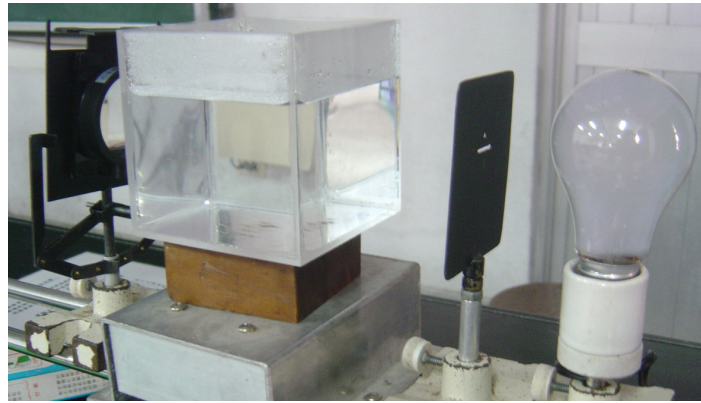
## 參、研究設備及器材

①光凳、②台座、③燈泡、④十字孔(含十字形鏤空)、⑤圓孔(含圓形鏤空)、⑥凸透鏡(焦距 15 cm)、⑦壓克力水箱兩個(外部 10 cm\*10 cm\*10 cm, 實內 9.4 cm\*9.4 cm\*9.7 cm及外部 12 cm\*8 cm\*10 cm, 實內 11.4 cm\*7.4 cm\*9.7 cm)、⑧光屏、⑨氯化鈉(NaCl 分子量 58.5)、⑩酒精溫度計(測溫範圍:0°C至 110°C)、⑪冰塊、⑫熱水、⑬電子天平、⑭燒杯(500mL)、⑮直尺、⑯木塊、⑰數位相機、⑱數位光度計、⑲紙箱厚紙板、⑳游標尺。

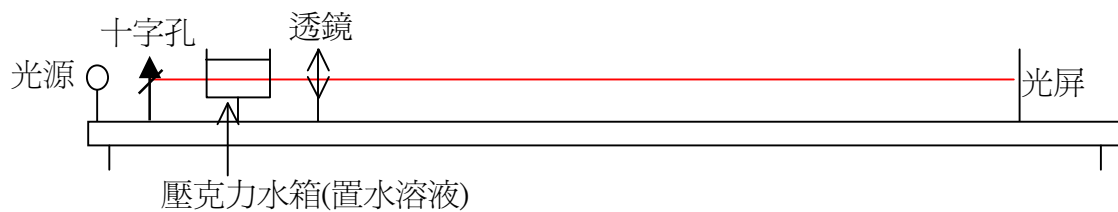
數位光度計



## 肆、研究過程或方法（透鏡成像法）



壹、下圖為研究裝置示意圖：

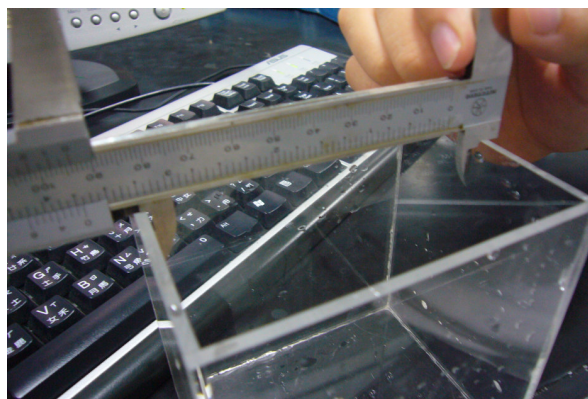


貳、原理

若已知透鏡（透鏡取鏡心之位置）與十字孔之距離 $p_0$ ，壓克力水箱內部長度 $d$ （壓克力之水箱厚度可在校正後將其忽略），在光屏上能呈現最清楚之十字像與透鏡之距離 $q$ ，透鏡焦距為 $f$ ，設待測液之折射率為 $n$ ，則：

$$n = \frac{dq - df}{dq - df - p_0q + p_0f + qf}$$

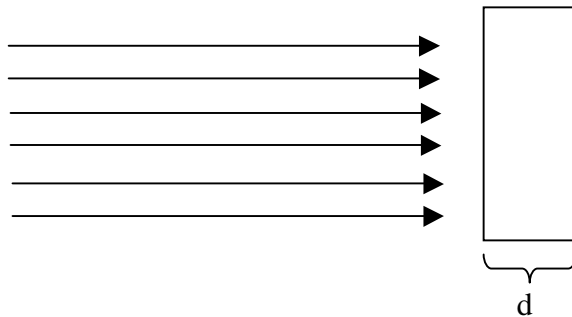
而將透鏡和十字孔距離調至接近透鏡焦距時，水箱中溶液折射率改變所造成的光程差的變化即使極小，物距縮短幅度不大，但像距的變化會很大，提高了測量的準確度及精確度。



利用游標尺測量水箱寬度

### 參、公式推導證明

設有一長度為  $d$ ，折射率為  $n$  之長方體(如下圖)



則光在未通過此長方體之光程為  $d$ ，在通過此長方體之光程為：

$$d' = c't = \frac{c}{n}t = \frac{d}{n}$$

則此二光程差為：

$$\Delta d = d - d' = \left(1 - \frac{1}{n}\right)d = \frac{n-1}{n}d$$

故物距  $p = p_0 - \frac{n-1}{n}d$

代入成像公式得

$$\frac{1}{p_0 - \frac{n-1}{n}d} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$$

$$\Rightarrow p_0 - \frac{n-1}{n}d = \frac{fq}{q-f}$$

$$\Rightarrow \left(1 - \frac{1}{n}\right)d = p_0 - \frac{fq}{q-f} = \frac{p_0q - p_0f - qf}{q-f}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{n}d = d - \frac{p_0q - p_0f - qf}{q-f} = \frac{-p_0q + p_0f + qf + qd - df}{q-f}$$

$$\Rightarrow n = \frac{dq - df}{dq - df - p_0q + p_0f + qf}$$

肆、以下是研究步驟：

一、固定十字孔和透鏡的距離，測量其清楚成像時的像距和物距，再利用透鏡公式：

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$$

求出透鏡的焦距並完成校正。

二、將壓克力水箱置入十字孔和透鏡間，用此方法測量出水的折射率。

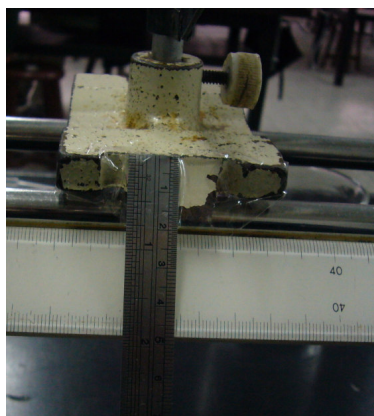
三、改變變因做研究

(一)、濃度對折射率之影響

- 1、選取氯化鈉為實驗時所用的溶質。
  - 2、先用電子天平秤出所需之氯化鈉重量。
  - 3、將水加入壓克力水箱中，先不要加滿，待加入氯化鈉後，再將水加至 500ml 刻度線。
  - 4、充分攪拌壓克力水箱中之氯化鈉溶液直到不再出現氯化鈉沉澱。
  - 5、固定調整透鏡之位置，並紀錄。
  - 6、利用已校準過的像找出像的位置並紀錄。
  - 7、改變透鏡位置並重複實驗，如此做 5-6 次（透鏡位置分別為 31.5 cm、32 cm、32.5 cm、33 cm、33.5 cm、34 cm 處），並取其平均值及標準差。
  - 8、改變濃度（0.1M~1M）並重複步驟 1-6。
  - 9、作圖並分析討論其結果。
- (二)、溫度對折射率之影響
- 1、將水溫已調至待測溫度之壓克力水箱置入，並在旁準備一壺熱水（冰水）。
  - 2、調整好透鏡之位置，並紀錄。
  - 3、一人負責觀察溫度，適時從熱水壺以滴管吸出熱水滴（冰水）入壓克力水箱中以維持溫度；另一人負責觀察成像的位置，並紀錄。
  - 4、重複步驟 3 共 4 次，（透鏡位置分別為 31.5 cm、32 cm、32.5 cm、33 cm 處）計算平均值及標準差。
  - 5、改變不同溫度並重複步驟 1-4。
  - 6、作圖並分析討論其結果。



在光屏上的成像



裝置的小改良—黏上直尺

## 伍、研究結果（透鏡成像法）

- 壹、經過校正，透鏡之焦距確定為 15 cm，與購買時標示相同，並記住最易辨識的清楚像位置。及測量出水的折射率與公認值相近，故認定此透鏡成像法可行，
- 貳、測量食鹽濃度變化對折射率影響的數據：（單位為cm）

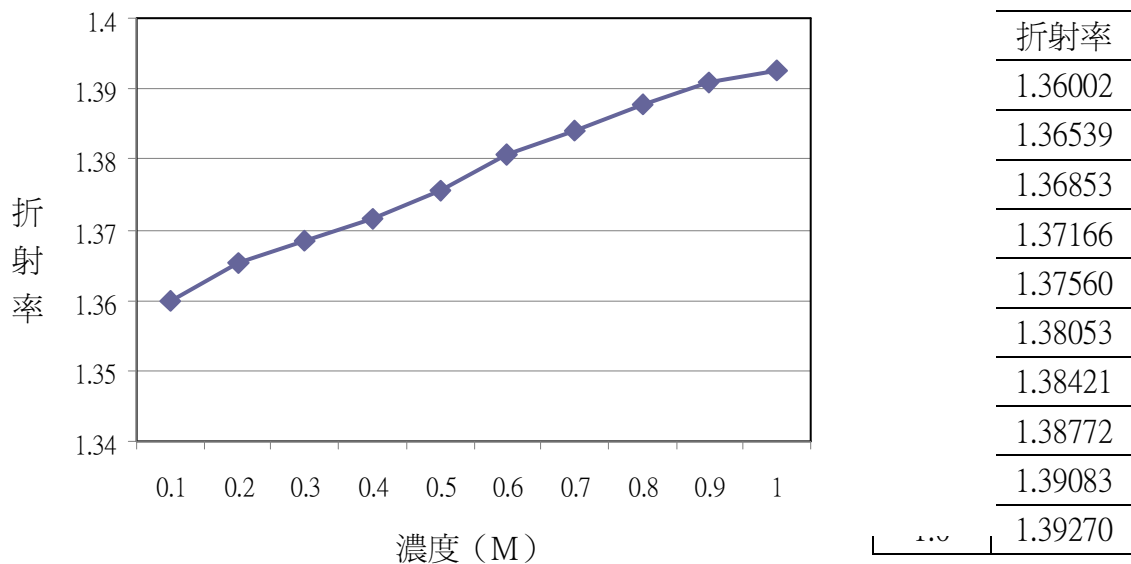
測量時水溫 20.0°C

像位置	透鏡位置	屏幕位置	像距	物距	焦距	折射率
0.1M						
9.3	31.5	94.4	22.2	62.9	15	1.36285
9.3	32	90.1	22.7	58.1	15	1.35830
9.3	32.5	86.65	23.2	54.15	15	1.35308
9.3	33	84.4	23.7	51.4	15	1.36602
9.3	33.5	82.1	24.2	48.6	15	1.36302
9.3	34	80.15	24.7	46.15	15	1.35777
					平均值	<b>1.36002</b>
					標準差	0.004
0.2M						
9.3	31.5	94.5	22.2	63	15	1.36479
9.3	32	90.55	22.7	58.55	15	1.36897
9.3	32.5	86.8	23.2	54.3	15	1.35736
9.3	33	84.55	23.7	51.55	15	1.37107
9.3	33.5	82.05	24.2	48.55	15	1.36105
9.3	34	80.4	24.7	46.4	15	1.36914
					平均值	<b>1.36539</b>
					標準差	0.004
0.3M						
9.3	31.5	94.65	22.2	63.15	15	1.36769
9.3	32	90.55	22.7	58.55	15	1.36897
9.3	32.5	87	23.2	54.5	15	1.36306
9.3	33	84.55	23.7	51.55	15	1.37107
9.3	33.5	82.25	24.2	48.75	15	1.36893
9.3	34	80.45	24.7	46.45	15	1.37142
					平均值	<b>1.36852</b>
					標準差	0.003
0.4M						
9.3	31.5	94.9	22.2	63.4	15	1.37251
9.3	32	90.65	22.7	58.65	15	1.37133
9.3	32.5	87.3	23.2	54.8	15	1.37161
9.3	33	84.65	23.7	51.65	15	1.37444
9.3	33.5	82.3	24.2	48.8	15	1.37091
9.3	34	80.4	24.7	46.4	15	1.36914
					平均值	<b>1.37166</b>
					標準差	0.002

0.5M						
9.3	31.5	95.1	22.2	63.6	15	1.37636
9.3	32	90.9	22.7	58.9	15	1.37723
9.3	32.5	87.55	23.2	55.05	15	1.37871
9.3	33	84.6	23.7	51.6	15	1.37275
9.3	33.5	82.4	24.2	48.9	15	1.37486
9.3	34	80.5	24.7	46.5	15	1.37370
					平均值	<b>1.37560</b>
					標準差	0.002
0.6M						
9.3	31.5	95.4	22.2	63.9	15	1.38210
9.3	32	91.05	22.7	59.05	15	1.38076
9.3	32.5	87.65	23.2	55.15	15	1.38150
9.3	33	84.8	23.7	51.8	15	1.37949
9.3	33.5	82.5	24.2	49	15	1.37877
9.3	34	80.65	24.7	46.65	15	1.38052
					平均值	<b>1.38053</b>
					標準差	0.001
0.7M						
9.3	31.5	95.6	22.2	64.1	15	1.38592
9.3	32	91.3	22.7	59.3	15	1.38663
9.3	32.5	87.9	23.2	55.4	15	1.38862
9.3	33	84.9	23.7	51.9	15	1.38285
9.3	33.5	82.55	24.2	49.05	15	1.38074
9.3	34	80.65	24.7	46.65	15	1.38052
					平均值	<b>1.38421</b>
					標準差	0.003
0.8M						
9.3	31.5	95.85	22.2	64.35	15	1.39068
9.3	32	91.4	22.7	59.4	15	1.38898
9.3	32.5	87.95	23.2	55.45	15	1.39003
9.3	33	85	23.7	52	15	1.38621
9.3	33.5	82.6	24.2	49.1	15	1.38271
					平均值	<b>1.38772</b>
					標準差	0.003
0.9M						
9.3	31.5	95.95	22.2	64.45	15	1.39258
9.3	32	91.55	22.7	59.55	15	1.39249
9.3	32.5	88.05	23.2	55.55	15	1.392860

9.3	33	85.1	23.7	52.1	15	1.38957
9.3	33.5	82.7	24.2	49.2	15	1.38665
					平均值	<b>1.39083</b>
					標準差	0.002
1.0M						
9.3	31.5	96.1	22.2	64.6	15	1.39543
9.3	32	91.6	22.7	59.6	15	1.39365
9.3	32.5	88.1	23.2	55.6	15	1.39427
9.3	33	85.1	23.7	52.1	15	1.38957
9.3	33.5	82.8	24.2	49.3	15	1.39058
					平均值	<b>1.39270</b>
					標準差	0.002

參、食鹽濃度變化對折射率作圖



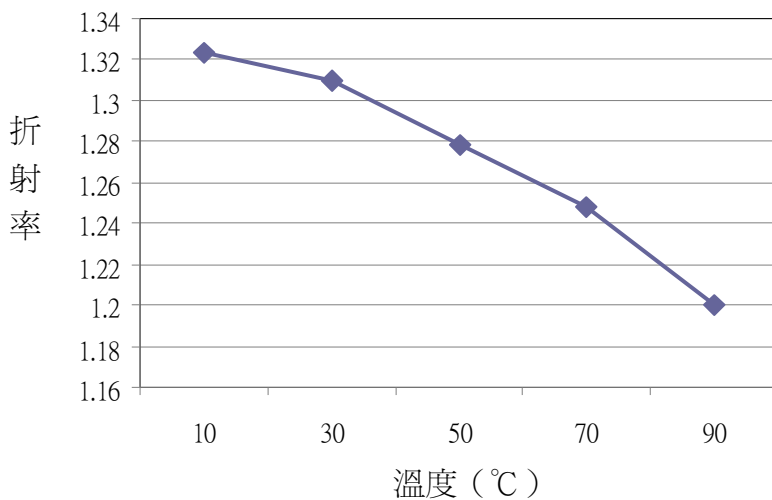
肆、測量水的溫度變化對折射率影響的數據

像位置	透鏡位置	屏幕位置	像距	物距	焦距	折射率
10°C						
9.3	32	88.6	22.7	56.6	15	1.32233
9.3	32.5	85.35	23.2	52.85	15	1.31569
9.3	33	83.35	23.7	50.35	15	1.33052
9.3	31.5	92.45	22.2	60.95	15	1.32457
					平均值	<b>1.32328</b>
					標準差	0.005
30°C						



9.3	32	87.95	22.7	55.95	15	1.30655
9.3	32.5	85.2	23.2	52.7	15	1.31135
9.3	33	82.6	23.7	49.6	15	1.30503
9.3	31.5	92	22.2	60.5	15	1.31560
					平均值	<b>1.30963</b>
					標準差	0.004
50°C						
9.3	32	86.8	22.7	54.8	15	1.27834
9.3	31.5	90.4	22.2	58.9	15	1.28323
9.3	32.5	84	23.2	51.5	15	1.27641
9.3	33	81.7	23.7	48.7	15	1.27431
					平均值	<b>1.27807</b>
					標準差	0.003
70°C						
9.3	32	85.5	22.7	53.5	15	1.24600
9.3	32.5	82.9	23.2	50.4	15	1.24406
9.3	33	80.85	23.7	47.85	15	1.24515
9.3	31.5	89.1	22.2	57.6	15	1.25640
					平均值	<b>1.24790</b>
					標準差	0.005
90°C						
9.3	32	83.7	22.7	51.7	15	1.20039
9.3	32.5	81.5	23.2	49	15	1.20241
9.3	33	79.55	23.7	46.55	15	1.20028
9.3	31.5	86.3	22.2	54.8	15	1.19695
					平均值	<b>1.20001</b>
					標準差	0.002

伍、水的溫度變化對折射率作圖

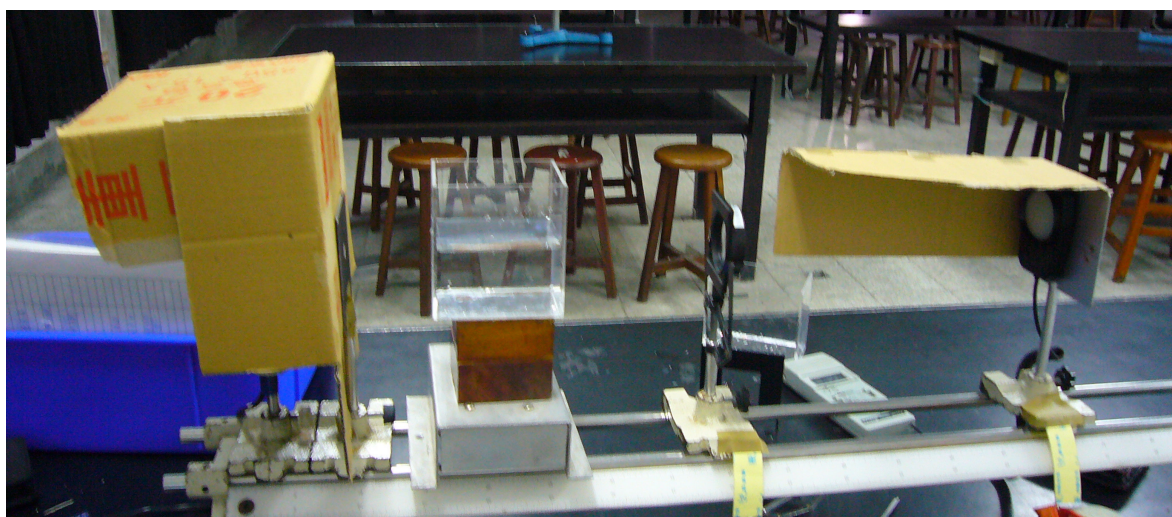


溫度°C	折射率
10	1.32328
30	1.30963
50	1.27807
70	1.24790
90	1.20001

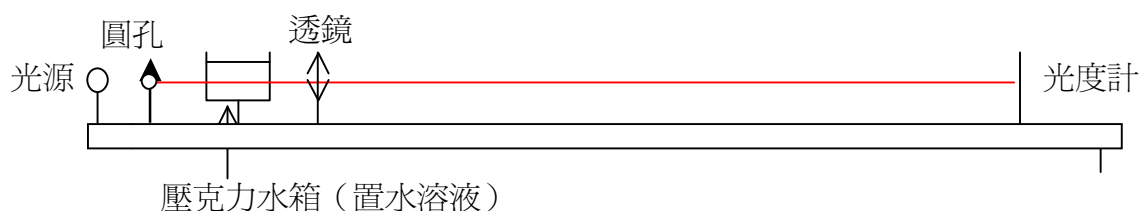
## 陸、透鏡成像法討論

- 壹、實驗後發現，食鹽濃度和折射率成正向相關，水溫和折射率則成負向相關。
- 貳、在此次研究中，發現如果物距太接近焦距，則透鏡成像太遠，會超出光凳的長度，而如果物距比焦距大很多，成像會太小以致不易判讀，且原本之十字孔仍有缺陷，造成部分模糊部分清晰的情況，而影響判讀。
- 參、每次於實驗時，由於裝置本身並非十分精密，每次重新組裝時都會有不同的偏差，由實驗數據發現，在測量 NaCl 濃度變化和折射率關係時，若濃度為 0M（水溫控制於 20°C）時，測量水的折射率約為 1.355，然而，於測量水溫變化和折射率關係時，測量水的折射率約為 1.315。重複多次實驗結果亦然。
- 肆、縱使有些許缺點，然而仍能精確地測量折射率（實驗標準差小於千分之五），將高中實驗的器材做轉化而能方便的測量折射率。
- 伍、在做完透鏡成像法研究後，便再思考是否能利用另一種方法（光度計法）更精確地測量折射率。

## 柒、研究過程或方法（光度計法）



壹、下圖為研究裝置示意圖：



貳、原理

若光源經過凸透鏡會聚，在焦距處的光強度會最大。利用此概念，用光度計找出最強光度的位置（即為像距），再利用透鏡成像法實驗所推導的公式

$$n = \frac{dq - df}{dq - df - p_0q + p_0f + qf}$$

(透鏡與圓孔距離 $P_0$ 、壓克力水箱內部長度  $d$ 、光度計測出光度最強時與透鏡之距離  $q$ 、凸透鏡焦距為  $f$ ，並假設待測液之折射率為  $n$ ) 可計算得到折射率。同樣地，透鏡和十字孔距離調至接近透鏡焦距時，水箱中溶液折射率改變所造成的光程差的變化即使極小，物距縮短幅度不大，但像距的變化會很大，提高了測量的準確度及精確度。同時，利用儀器測量，可減少肉眼辨識時的薄透鏡誤差

參、以下是研究步驟

一、前置作業

(一) 將裝置移至暗室，並利用紙箱後紙板製作光源與光度計的檔板，如相片所示，減少除了透鏡透光之外的光源。

(二) 在光度計中點做上記號，使光源成像於此點。

二、將水箱 ( $d=9.4\text{ cm}$ ) 置於光源與透鏡間，利用光度計讀取光強度最大值，記錄其位置，改變透鏡位置並重複實驗，如此做 5-6 次 (透鏡位置分別為 36 cm、38 cm、40 cm、42 cm、44 cm 處) 並利用上述公式，計算出水的折射率。

三、換置水箱 ( $d=11.4\text{ cm}$ )，重複步驟二實驗，並紀錄實驗結果與討論。



## 捌、研究結果 (光度計法)

一、測量水折射率結果 (溫度  $20^{\circ}\text{C}$ 、單位為  $\text{cm}$ ):

像位置	透鏡位置	光度計	像距	物距	焦距	折射率
$d=9.4\text{cm}$						
5.55	36	67.7	30.45	31.7	15	1.26633
5.55	38	68.1	32.45	30.1	15	1.37213
5.55	40	68.5	34.45	28.5	15	1.42065
5.55	42	69.9	36.45	27.9	15	1.54224
5.55	44	70	38.45	26	15	1.35641
					平均值	<b>1.39155</b>
					標準差	0.090
$d=11.4\text{cm}$						
5.55	36	68	30.45	32	15	1.30823
5.55	38	68.8	32.45	30.8	15	1.51845
5.55	40	68.7	34.45	28.7	15	1.47489
5.55	42	69.3	36.45	27.3	15	1.50576

5.55	44	70.2	38.45	26.2	15	1.55648
					平均值	<b>1.47276</b>
					標準差	0.086

## 玖、光度計法討論

- 壹、想要利用此次光度計法，原是想改進透鏡成像法所造成的誤差，如肉眼辨識清楚成像所造成的薄透鏡誤差等，但是實驗結果並未顯示有更精準的結果。
- 貳、在測量時，發現光度計的讀數飄忽不定，在製作隔板後依舊會有些許飄忽的形況，造成數據判讀困難。且此光度計能測量出的最小單位僅為 1Lux，在移動時有一小段距離光度大小都是不會變化的，造成不小的誤差（光度計位置僅改變 1 mm 仍會造成不小誤差）。
- 參、若能有更精準的測量光度的儀器，或許能有更好的發展。

## 拾、結論

- 壹、於校準時，測出水的折射率與公認值接近，且多次測量後精密度高，因此判定此實驗方法可行。
- 貳、折射率與 NaCl 濃度在定溫定壓下略呈線性關係。
- 參、溫度越高，折射率越小，成負相關，但仍無法精確決定折射率和溫度是何種關係。
- 肆、由（貳）（參）兩點可知，由於 NaCl 濃度越高，密度越大，折射率相應之越高；而水溫越高，密度越小，折射率也相應之越低。因此我們推測影響折射率變化，密度是其中一項原因。
- 伍、這次研究，創新了一般高中生在高中物理實驗中所測量折射率的方法——利用雷射光入射再測量角度折射的變化。利用光學透鏡的原理和簡單的儀器，加以小幅度改良，是一個不須要利用很昂貴儀器便能準確測量折射率的一個好方法，並可用其來測量小幅度的折射率變化。
- 陸、光度計法若能取得更精密的實驗儀器，亦能有十分良好的結果。

## 拾壹、參考資料及其他

Giancoli. **Physics For Scientists & Engineers With Modern Physics**. Pearson Education PTE. LTD.

David Halliday, Robert Resnick, Jearl Walker 原著，李佳榮、莫定山、陳宗緯編譯。**物理（下）第七版**。全華出版。

褚德三主編。**高級中學物理（上）**。龍騰出版。