

# 第八屆旺宏科學獎

## 成果報告書

參賽編號：SA8-446

作品名稱：壓電晶片週期訊號  
和加速度之關係

姓名：許桓瑜

關鍵字：壓電效應、自然頻率

## 研究題目：

壓電晶片週期訊號和加速度之關係

## 研究動機

有一次，因為我的防水手錶的錶帶被弄髒，所以我按照服務人員指示，把它用厚襪子包起來，並丟到洗衣機裡頭去洗。過了不久，意外瞄到牆上時鐘與手錶的時間竟然不一樣，一開始並不以為意，以為是原本時間就與正確時間不同，經過了不久，又洗了一次手錶，發現手錶上顯示的時間還是比時鐘的時間慢，經過多次的試驗後，發現每一次延遲的幅度都一樣，這使我感到非常訝異！因此，我在下課時間請教物理老師這個現象，他也對此感到非常興奮，經過仔細思考後，說「石英錶中石英振盪器的振盪週期，可能會受到脫水槽的高加速度而影響變慢」，並請我再深入研究。

## 研究目的

本研究的實驗設計依據下面假設：

石英錶的心臟是石英振盪晶片，其功能就像咕咕鐘的單擺，能產生穩定的振動頻率，鐘的單擺週期是與擺長有關，而石英振盪晶片的自然振動頻率則是與石英厚薄有關，越薄晶片振盪頻率會越高；若將石英錶放在極大加速度裝置中（如脫水槽內），受到極大假想力作用，可能會改變石英錶內振盪晶片厚度，若石英自然振動頻率改變，歷經一段時間後，累積多次的週期誤差後，顯示在石英錶的時間就與正確時鐘不同。

- 一、探討手錶時間的延遲是否會因洗衣機運轉時間的加長而變大。
- 二、分析手錶擺放位置高低及擺放的方向是否會影響時間的延遲。
- 三、以壓電晶片模擬手錶內部石英震盪器受負載時，自然頻率的偏移的情形

四、以 8051 之石英振盪器模擬手錶之石英振盪器並分別以三軸方向振盪觀測 8051 石英振盪器自然頻率變化

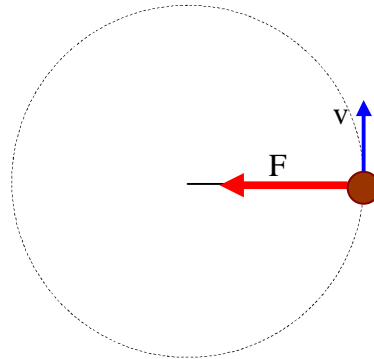
## 研究過程

### 一 物理原理與知識背景：

#### 1 向心力 centripetal force

$$f_c = ma_c = \frac{mv^2}{r} = \frac{m}{r} \left( \frac{2\pi r}{t} \right)^2 = \frac{4\pi^2 mr}{t^2}$$
$$= \frac{m}{r} (r\omega^2) = mr\omega^2$$

$$\omega = \text{角速度} \quad \omega = \frac{q}{t} = 2\pi f$$



壓電晶片質量  $m = 1.35 \text{ g} = 0.00135 \text{ kg}$

脫水槽半徑  $r = 0.2 \text{ m}$

脫水槽轉速  $\omega = 2400 \text{ R.P.M.} = 40 \text{ R.P.S.} \doteq 250 \text{ rad/s}$

$$\text{向心力} \quad f_c = ma_c = \frac{mv^2}{r} = \frac{m}{r} (r\omega^2) = mr\omega^2$$

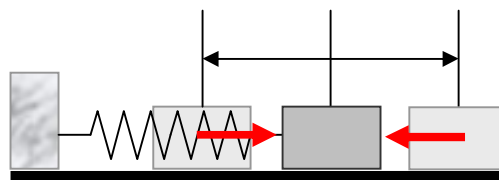
$$\text{向心加速度} \quad a_c = r\omega^2 = (0.2) (250^2) = 12500 \text{ m/s}^2 \doteq (1276) (9.8 \text{ m/s}^2)$$

約為重力加速度  $9.8 \text{ m/s}^2$  的 1276 倍

即壓電晶片在脫水槽內所受的假想力為自身重量的 1276 倍，  
約為  $1276 \times 1.35 \text{ gw} \doteq 2000 \text{ gw}$

向心加速度與角速度平方及旋轉半徑成正比，依據實際測量結果，脫水槽的旋轉速率為 2400 RPM 且旋轉半徑為 0.2m，其角速度計算  $2400 \times (2 \times 3.14 / 60) \doteq 250 \text{ rad/s}$ ，脫水槽向心加速度計算後為  $12500 \text{ m/s}^2$ ，約為重力加速度  $9.8 \text{ m/s}^2$  的 1276 倍。

#### 2 虎克定律(Hooke's law)與簡諧運動 S.H.M (simple harmonic motion)



虎克定律(Hooke' s law)

$$f = -kx = ma$$

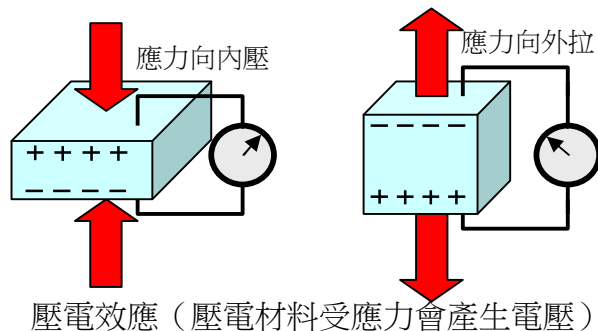
施力使彈簧向右伸長，木塊離開平衡點的距離為  $X$ ，放手後，由於彈簧恢復力作用在木塊上，使得木塊由靜止開始向左移動靠近平衡點，且速度會越來越快。抵達平衡點後，木塊雖然不受力的作用，但因仍有速度的關係，會繼續向左運動；過了平衡點後，由於彈簧開始被壓縮，彈簧給木塊的作用力變成向右，可產生向右的加速度，使木塊速率越來越小，直到速率為零，抵達最左邊；隨後開始折返，向右運動。如此來回振動，形成週期性的運動。

若定物體的平衡點位置為坐標原點，當物體受到彈力作用時，物體加速度的大小會與位移大小成正比、與位移方向相反，而作來回的週期性運動，此稱為簡諧運動。

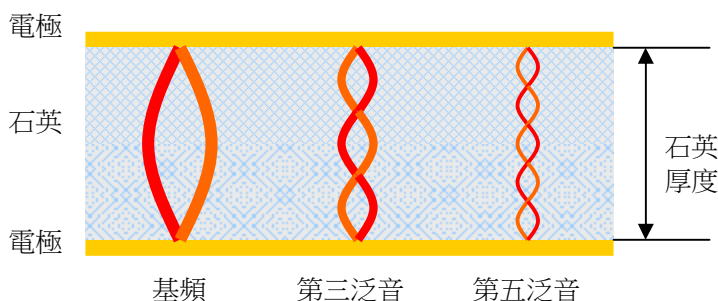
### 3 反壓電效應 Anti-piezoelectric effect

石英具有反壓電效應，「反壓電效應」是指可以外加電壓在晶片兩側來產生電場，使晶體本身產生變形，由於晶體的面受到力的作用，晶體兩側會產生電位差，而形成反壓電效應。當我們加上交流電壓於晶體上時，就可以利用石英或壓電晶片的壓電效應來產生循環的晶片振盪。

所以我們可利用控制壓電材料的厚薄來改變振動的頻率。其中，晶片切割得愈薄，則振動頻率會愈高，但切割的技術也愈困難。



另外，物體振動到某一頻率時會產生駐波，產生駐波的頻率，為該振動體的自然頻率，所以若外界的振動頻率與該物體的自然頻率相同，就可以引發共振，此時壓電材料顯示出的訊號就會特別的明顯。



#### 4 楊氏係數

$$E \equiv \frac{\text{tensile stress}}{\text{tensile strain}} = \frac{\sigma}{\varepsilon} = \frac{F/A_0}{\Delta L/L_0} = \frac{FL_0}{A_0\Delta L}$$

$E$  is the Young's modulus (modulus of elasticity)

$F$  is the force applied to the object;

$A_0$  is the original cross-sectional area through which the force is applied;

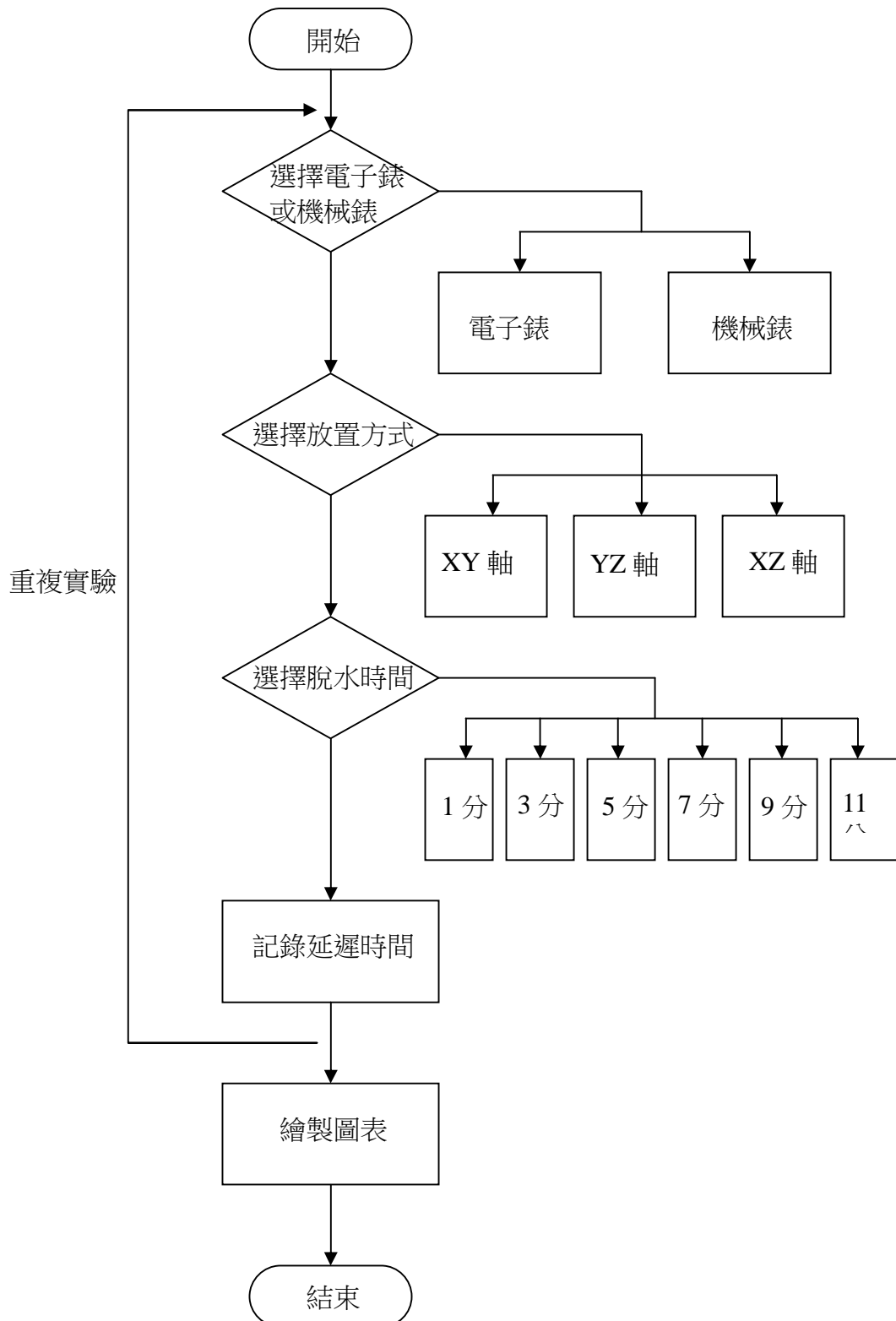
$\Delta L$  is the amount by which the length of the object changes;

$L_0$  is the original length of the object.

## 二 實驗設計與實驗裝置：

### 實驗一：

探討手錶時間延遲是否會因脫水槽運轉時間加長而增加流程图



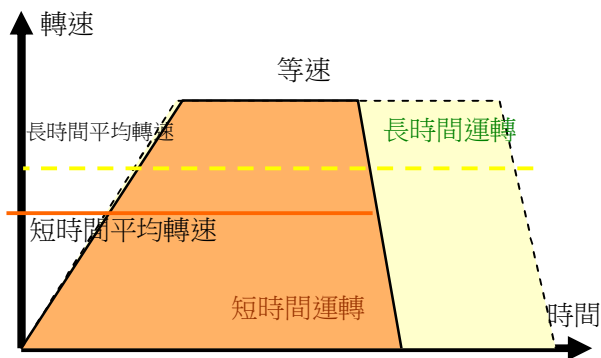
## 實驗一

### 探討手錶時間延遲是否會因脫水槽運轉時間加長而增加

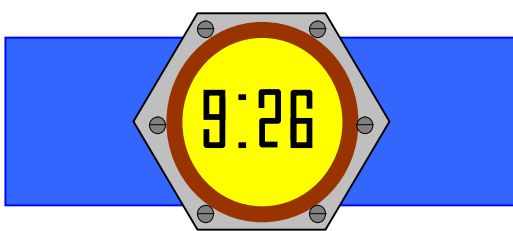
#### 實驗說明

長時間運轉相較於短時間，穩定高轉速所佔比例較多的時間，長時間運轉平均轉速大於短時間平均轉速

在實驗一中，使用兩種不同構造的手錶來實驗，一種為電子錶，另外一種為機械錶。電子錶是指錶面的顯示介面為液晶的數字錶，而機械錶是指內部有機械零件且錶面的顯示介面為機械指針型的指針錶。兩者皆由石英振盪晶片作為驅動時脈，不同處在於電子錶內部完全沒有機械零件，而機械錶的內部零件有齒輪與指針等機件。

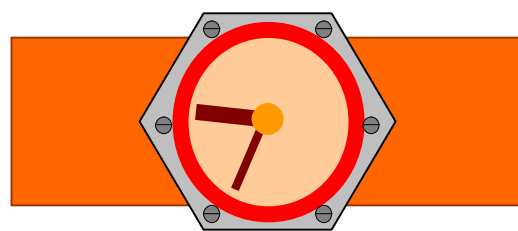


電子錶



石英振盪晶片作為驅動時脈，錶面的顯示介面為液晶的數字錶，電子錶內部完全沒有機械零件（僅石英振盪器會受假想力作用）

機械錶

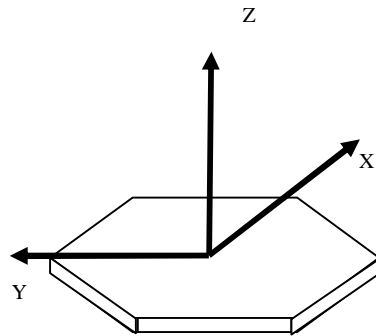


石英振盪晶片作為驅動時脈，錶面的顯示介面為機械指針型的指針錶，機械錶的內部零件有齒輪與指針等機件（除石英外，還有機械零件會受假想力作用）



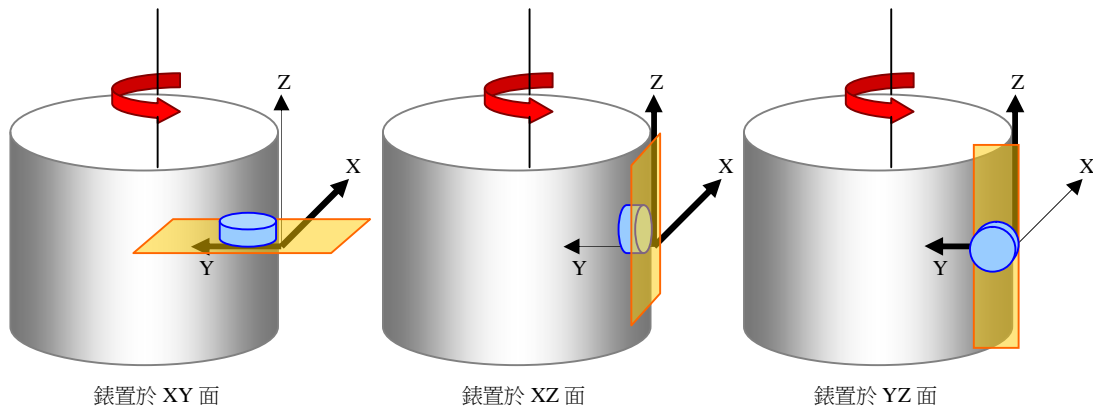
因石英等壓電材料具有各向異性（各方向的性質不相同），所以將以不同擺放方向(X、Y、Z)之電子錶與機械錶實驗「脫水槽脫水時間與不同種類手錶平均延遲時間之關係」（如圖一），實驗的結果顯示：『電子錶不論擺放於哪一個方向，時間都不會有一秒鐘的延遲』，但是『機械錶擺放於XZ平面上時，會出現時間延遲的現象，而此延遲時間近乎於脫水時間』，因此，最後展現出會影響時間延遲的XZ平面上的機械錶與電子錶之延遲時間與脫水時間數值之關係(如圖二)。

石英具有各向異性

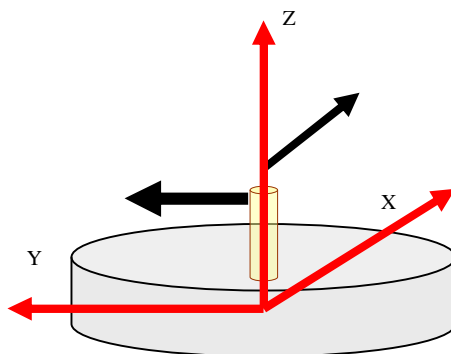


石英具有各向異性  
(各方向性質不相同)

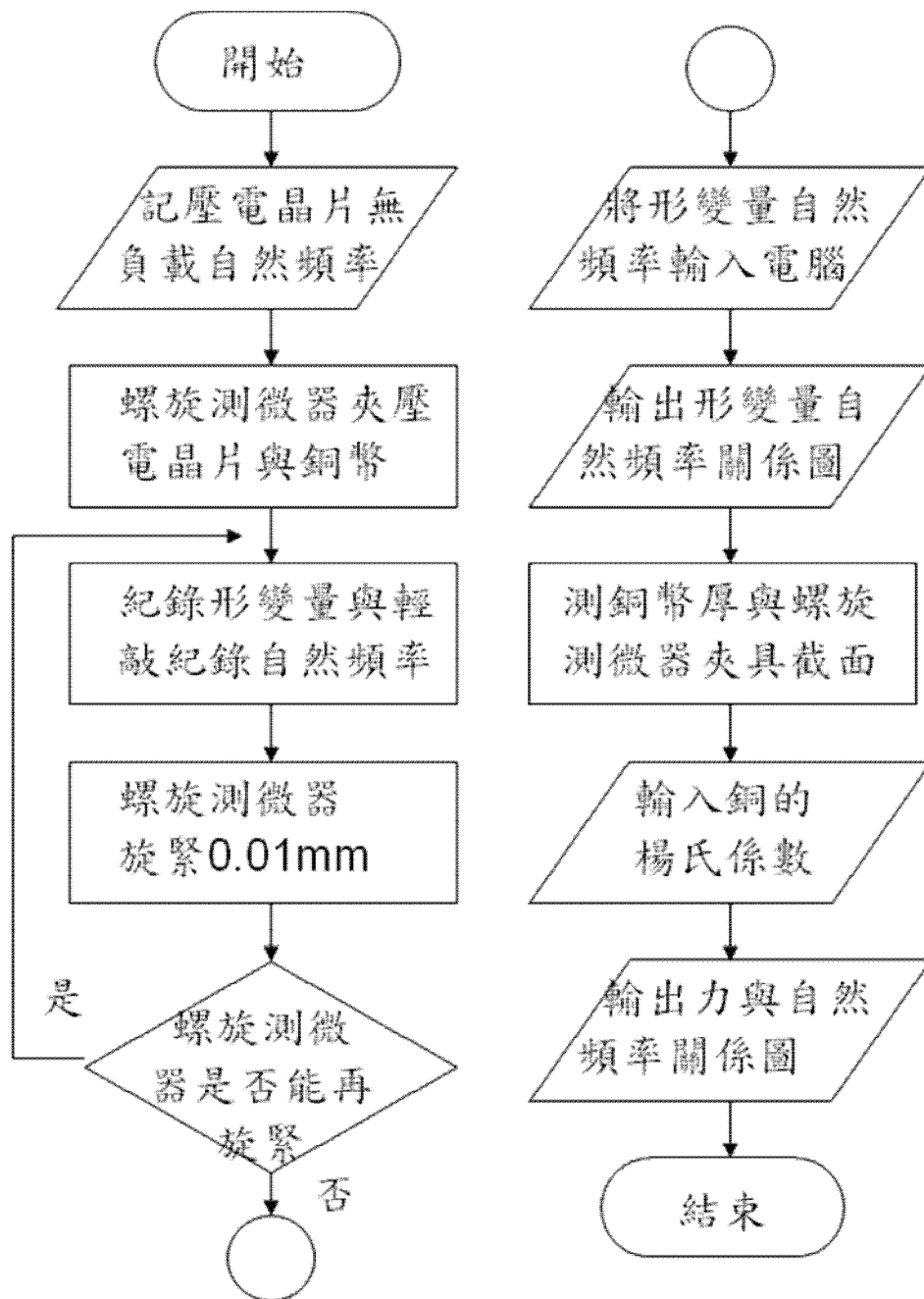
手錶在脫水槽內壁三種不同擺放方向



機械錶內對不同方向的加速度(假想力)作用



## 實驗二流程圖



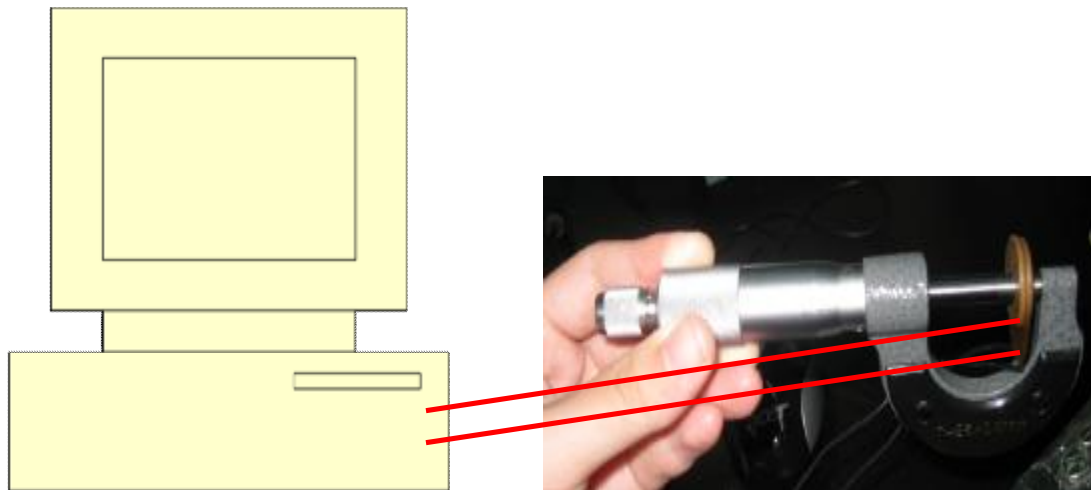
## 實驗二

以螺旋測微器提供壓電晶片負載產生的形變觀測自然頻率變化

### 實驗說明

探討電子錶在脫水槽中時間沒有出現延遲的真實原因，並觀察以輕敲觸發壓電晶片在受到不同應力下時之自然頻率變化情形

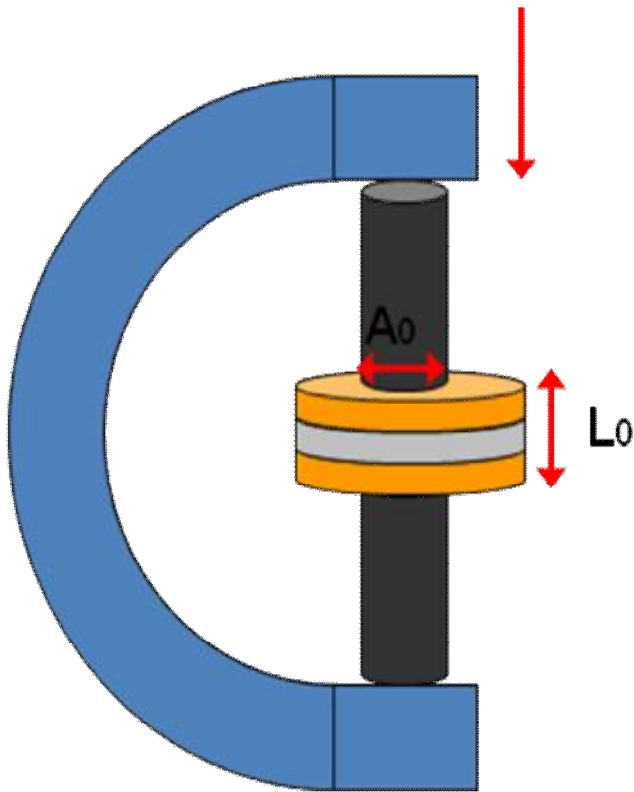
### 裝置圖



之前有提到，因為石英振盪器與壓電晶片都具有壓電效應(與反壓電效應)，又因壓電晶片之電訊號紀錄與量測較容易，所以此實驗使用壓電晶片取代石英振盪器，實驗當壓電晶片承受不同之向心力作用下時，壓電晶片之自然頻率變化情形。

我們之前假設手錶內部的石英振盪器會因為向心力而改變振盪週期，為什麼石英振盪器(壓電晶片)會因不同大小的向心力而改變振盪週期呢？因為石英等壓電材料會因為形變(厚度的改變)而改變本身的自然頻率，又因為壓電材料被擠壓得愈薄，它的振動頻率(自然頻率)就會愈高。

當我們輕敲裝置時，會產生很多不同頻率的訊號，當訊號的頻率與壓電晶片的自然頻率相同時，壓電晶片就會與之產生共振，此共振會使自然頻率更加明顯，因此，我們可以由此加大的自然頻率得知，壓電晶片在受到不同大小的力量壓迫時，其自然頻率的偏移情形。



$$E \equiv \frac{\text{tensile stress}}{\text{tensile strain}} = \frac{\sigma}{\epsilon} = \frac{F/A_0}{\Delta L/L_0} = \frac{FL_0}{A_0\Delta L}$$

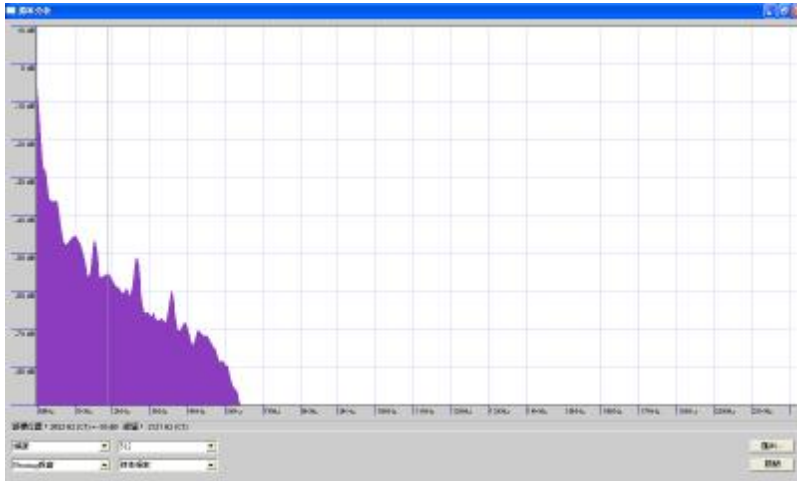
$$1.3 \times 10^{11} = \frac{F/0.00275 \times 0.00275 \times 3.14}{0.00001/0.3452}$$

$$F = 9026.352 \text{ N}$$

根據楊氏係數計算公式得知：只要我們知道物體受力的面積、物體的原本長度、物體受力時產生的長度變化與此物體的楊氏係數時，就可以推知此物體受到多大的力量作用了！

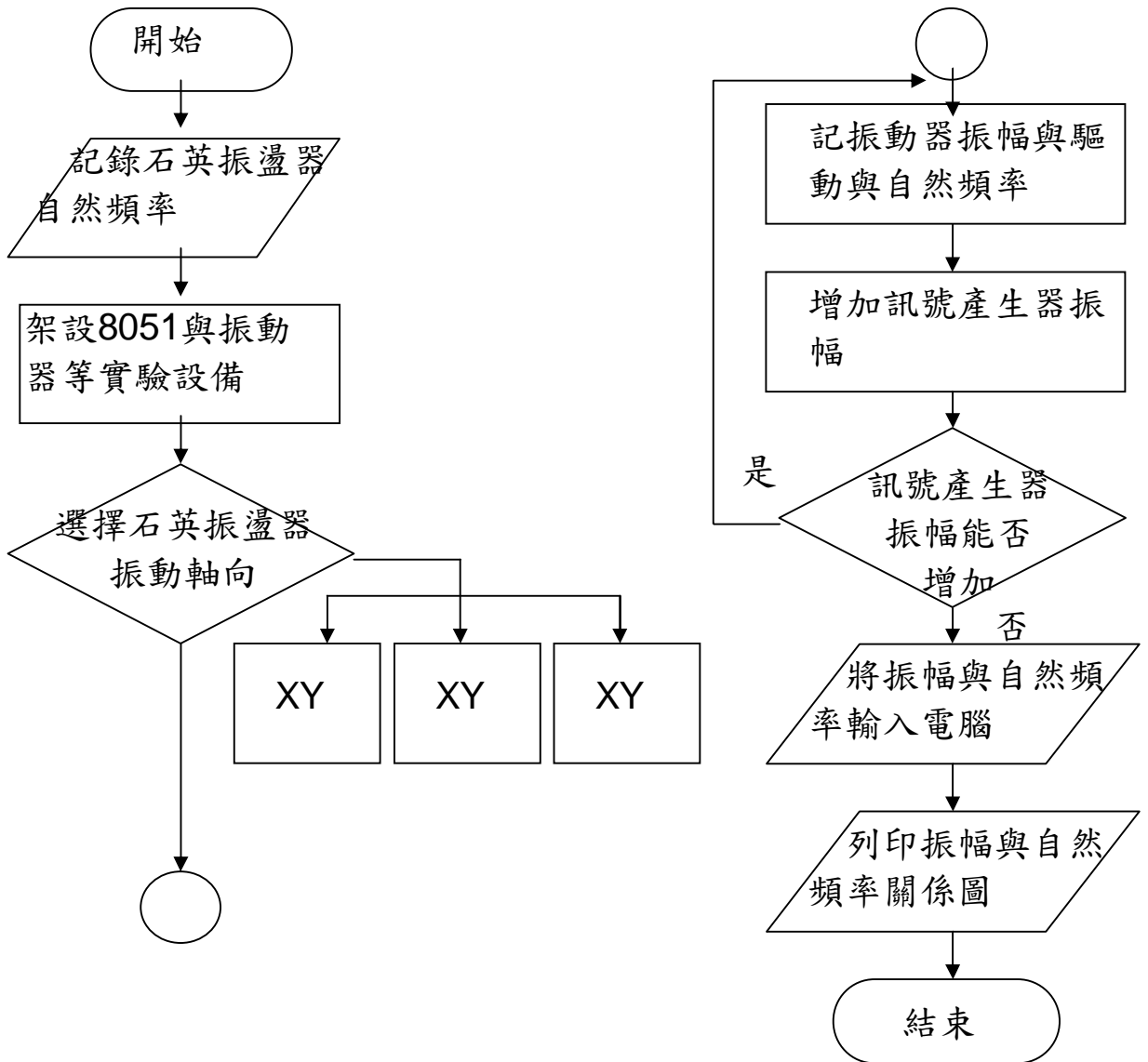
因此，經計算得知，壓電晶片受到螺旋測微器每  $1 \times 10^{-3} \text{ cm}$  的擠壓時，所受到的應力為  $9 \times 10^3 \text{ N}$ 。

## 實驗數據分析方法



上圖為實驗數據之頻譜分析圖，如上圖所示，當我們輕敲壓電晶片裝置時，因為整個裝置的振動，會產生很多不同頻率的訊號(以下簡稱其雜訊)，而此雜訊之頻率若與壓電晶片之自然頻率相同，或與壓電晶片之自然頻率呈倍數關係，便會與壓電晶片產生共振，此時，便會使頻譜分析圖中的壓電晶片之共振頻率特別明顯，形成峰值，如上圖所示，並藉由分析此明顯的訊號所對應到的頻率，畫出壓電晶片受力時，自然頻率偏移情形之關係圖。

實驗三流程圖



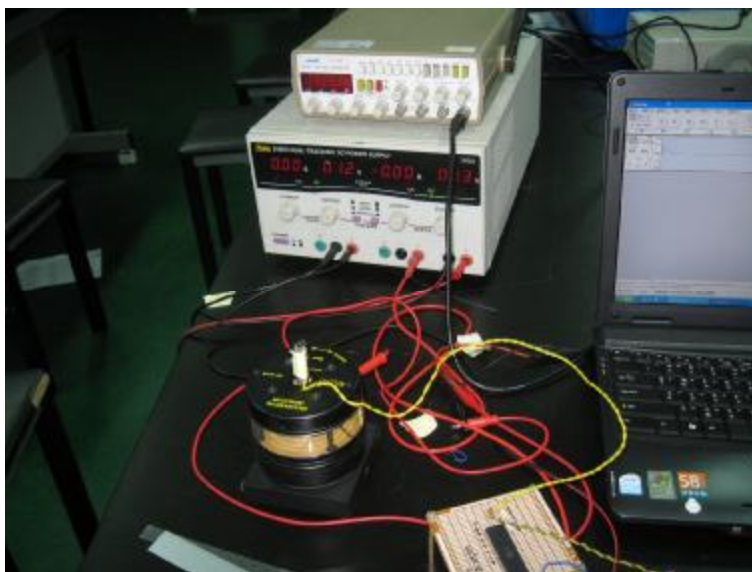
### 實驗三

以 8051 之石英振盪器模擬手錶之石英振盪器並分別以三軸方向振盪觀測 8051 石英振盪器自然頻率變化

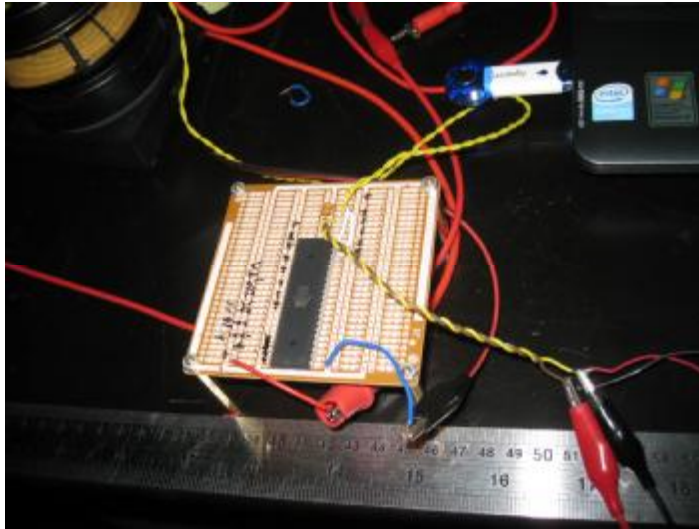
#### 實驗說明

使用一回饋電路裝置，使壓電晶片之自然頻率訊號通過電路時有加大的現象，再以音效軟體分析此訊號

#### 實驗裝置



振盪體及 8051 回饋電路放大圖

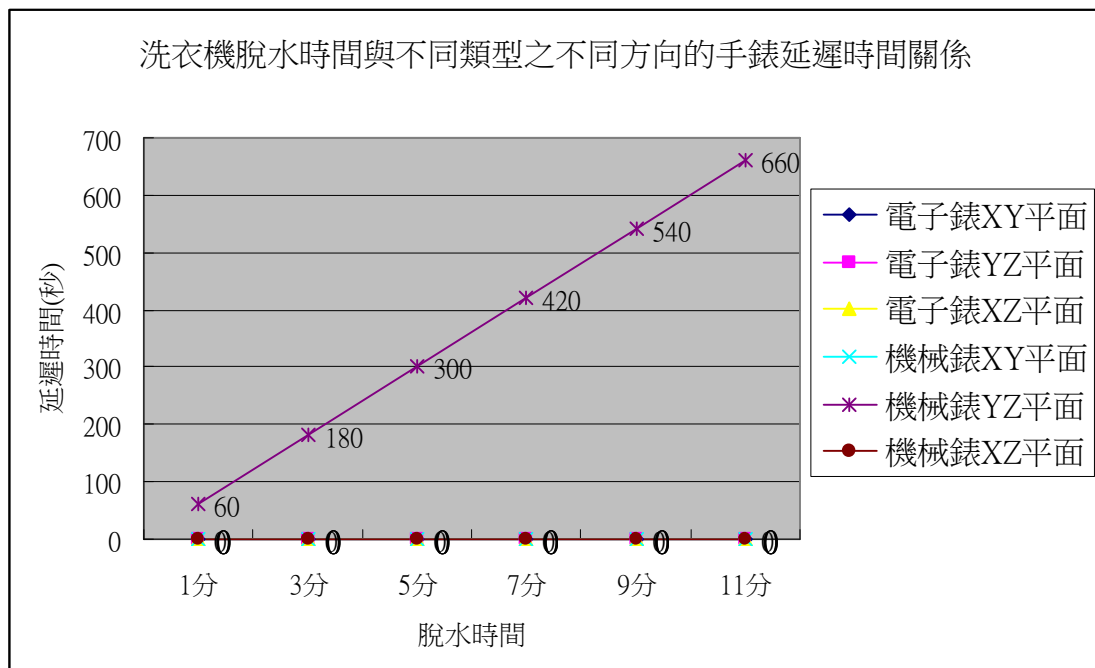


8051 回饋電路放大圖

## 實驗結果

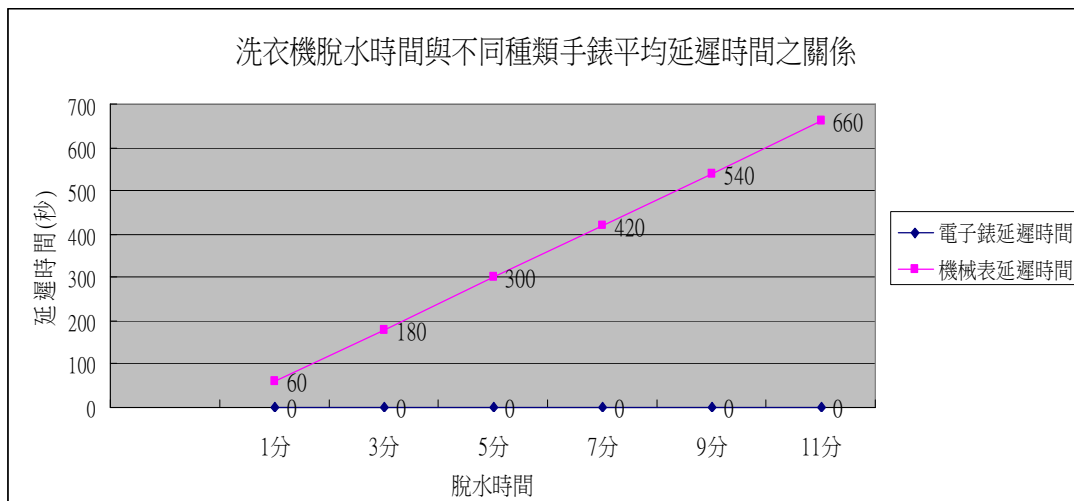
### 實驗一

探討手錶時間延遲是否會因脫水槽運轉時間加長而增加



圖一



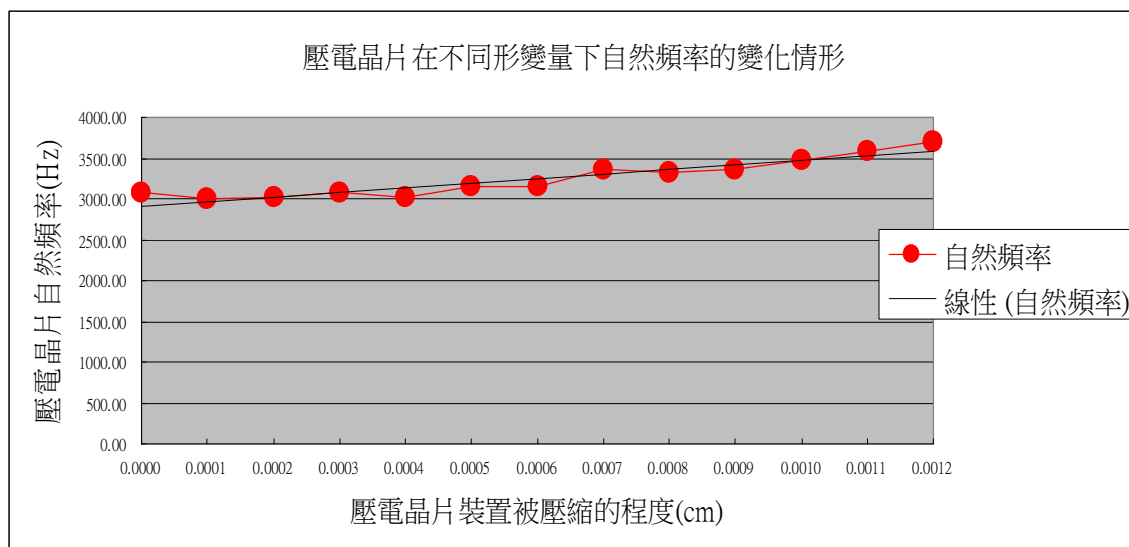


圖二

由圖二中可以發現，使用機械錶做為旋轉體時，幾乎只要脫水槽運轉多久，機械錶就延遲多久的時間，而使用電子錶時，不論脫水槽運轉多久，電子錶的時間一秒都沒有延遲，這個結果給我帶來很大的衝擊，因為它顛覆了我之前的預期，而之前預備要做的實驗也都因此而取消，在與老師討論過後，我們覺得可能是因為：機械型的手錶在受到向心力的作用下，內部機械零件位置改變，導致機械錶停止運轉，進而影響到的時間失真。但是，手錶內部的石英振盪器真的不會因為向心力而改變振盪週期嗎？我們將以以下實驗進行探討。

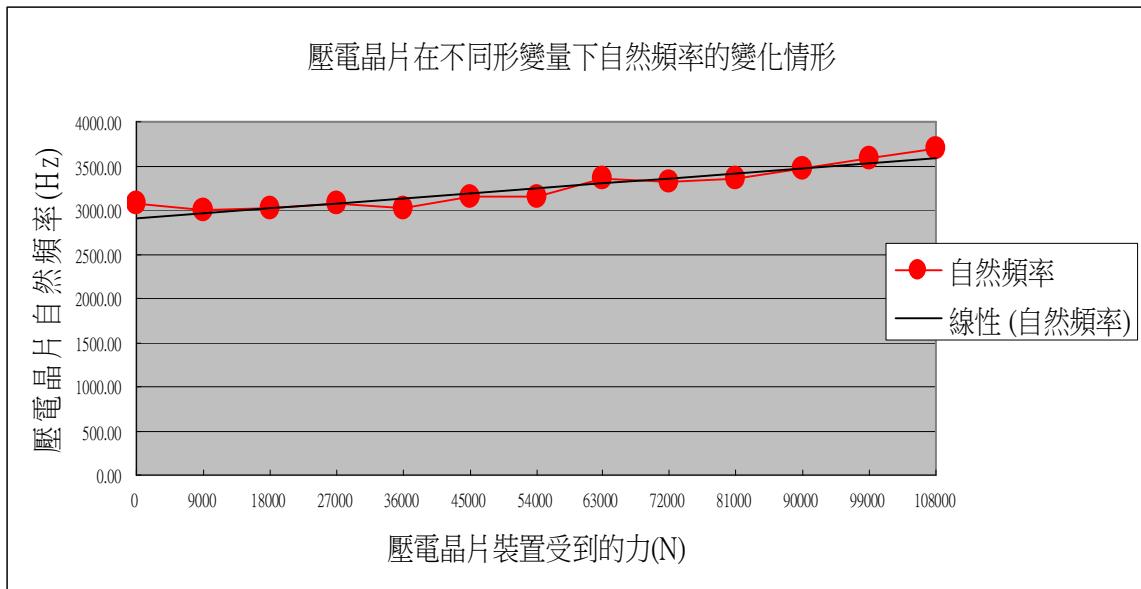
### 實驗二

#### 以螺旋測微器提供壓電晶片負載產生的形變觀測自然頻率變化



圖三

由上圖中可以發現，當壓電晶片受到應力作用時，其自然頻率(Hz)確實會有逐步增加的趨勢，下圖將把壓電晶片受擠壓程度的長短(cm)轉換成力量的大小(N)，分析壓電晶片之自然頻率偏移情形與壓電晶片負載不同大小之應力的關係圖。



圖四

如上圖所示，此為壓電晶片之自然頻率偏移情形與壓電晶片負載不同大小之應力的關係圖，我們從此圖中可以發現，當壓電晶片受到應力擠壓時，其自然頻率確實會有偏移的現象，但是，壓電晶片大約要受到 $6.3 \times 10^4$  N的力量作用時，壓電晶片之自然頻率才會產生較明顯的變化。如此大的力量，在洗衣機的脫水槽中是無法產生的，因此，才導致實驗一中，使用電子錶實驗時，無法觀察出電子表的時間延遲現象。

### 實驗三

以 8051 之石英振盪器模擬手錶之石英振盪器並分別以三軸方向振盪觀測 8051 石英振盪器自然頻率變化

$$f_c = ma_c = \frac{mv^2}{r} = \frac{m}{r} \left( \frac{2\pi r^2}{t} \right) = \frac{4\pi^2 mr}{t^2}$$
$$= \frac{m}{r} (rW^2) = mrW^2$$

$$w = \frac{q}{t} = 2\pi f$$

根據向心力公式，可以推知：當我們得知振盪體的振盪半徑，又知道振盪體的頻率時，就可以知道此振盪體產生到多大的加速度，再由此加速度推知此振盪體可以提供多大的力量給依附在其上之物體。

$$a_c = rW^2$$
$$= 3 * 10^{-3} * (6.28 * 100)^2$$
$$= 118 \equiv 10g$$

$$F = mg = \frac{1.46}{1000} * 98 = 0.143N$$

經由計算得知，振盪體之振盪半徑為 0.3 公分，供給振盪體之頻率為 100Hz，在此情形下，振盪體提供之向心加速度大約為重力加速度 (9.8m/s) 的 10 倍，此時，振盪體大約可以提供 0.143N 的力量給依附在其上之物體。

由實驗二之結果可以得知，壓電晶片必須在受到  $6.3 * 10^4 N$  的應力壓迫時，壓電晶片之自然頻率才會產生較明顯的偏移情形，但在實驗三中，振盪體僅能提供  $1.43 * 10^{-1} N$  的力量壓迫振盪體上的物體，因此，我們無法由此實驗中觀察到壓電晶片之自然頻率偏移情形。又因我使用之示波器無法將兩個不同振動方向之訊號並列，並接著來做分析，因此無法從此「模擬手錶在脫水槽中受力時，石英振盪器之自然頻率

的變化情形」的實驗中觀察出壓電晶片的自然頻率偏移的情形。

## 結論

一、只有將機械錶放置在脫水槽內部之 XZ 平面上時會造成時間的延遲。

二、壓電晶片之自然頻率確實會因壓電晶片受到負載的大小不同而偏移，但是此負載必須至少在  $6 \times 10^4 \text{N}$  ( $5.9 \times 10^5 \text{kgw}$ ) 以上才能清楚分辨出其中自然頻率的偏移多寡。

三、以一裝置模擬手錶之石英振盪器在脫水槽內部受力時，石英振盪器之自然頻率的偏移情形，但因壓電晶片必須受到  $6 \times 10^4 \text{N}$  的力量壓迫時，才能看出其自然頻率的偏移情形，且石英振盪器與壓電晶片同為壓電材料，所以石英振盪器之自然頻率也應在受到很大的壓力時偏移，而此裝置的振盪儀器僅能提供  $0.143 \text{N}$  的力量，為能觀察出自然頻率偏移情形之力量的  $2.5 \times 10^{-6}$  倍，因此，此裝置不足以造成壓電晶片自然頻率的變化。

## 討論及應用

因為洗衣機脫水槽的向心加速度是固定的，我們無法從此得知手錶內部之石英振盪器在受到不同加速度作用下，自然頻率之變化情形，也就是時間的延遲情形，因此，之後將使用更高轉速之離心機重覆此實驗，再分析手錶時間的延遲情形，彌補此實驗的不足。

此實驗裝置可以說明壓電材料在受到不同大小的作用力影響下，壓電材料振盪週期的變化情形，因此，將來可以將此裝置安置於離心機、電風扇等高速轉動的物體上，藉由分析壓電晶片之自然頻率的變化，推論其所受到之向心加速度有多大，進而得知旋轉體的轉速為何，此簡單明瞭的實驗裝置不僅使用上容易，器材也方便取得，可望為量測向心加速度或轉速之一大利器。

## 參考資料

- 一. 高中物理翰林版 動量與牛頓運動定律的運用 2007.8  
轉動 2008.2
- 二. 觀念物理 II (p. 6-p. 13 p. 52-p. 74) Paul G. Hewitt 著 蔡坤憲譯 天下文化書坊
- 三. 壓電薄膜加速度微感測器之設計穩健化 藍慶彬 余志成 國立台灣科技大學 機械工程系
- 四. 趣味電器科學實驗 DIY 第一集 (p. 40-p. 47) 何堃山著 文笙書局
- 五. 利用音效卡精密測量時間之研究 陳昱江 台北市麗山高級中學
- 六. Scheeper, P., Gullov, J. O. and Kofoed, L. M., "A

Piezoelectric Triaxial Accelerometer” , *J. Micromech. Microeng.*, 6, 1996, 131-133

七. J. O'Connell, "Tension in a Pendulum String", *Phys. Teach.* **40**, 24-25 (Jan. 2002).

八. RAYMOND L. FILLER, The Acceleration Sensitivity of Quartz Crystal Oscillators: A Review, MEMBER,

九. [http://en.wikipedia.org/wiki/Young's\\_modulus](http://en.wikipedia.org/wiki/Young's_modulus)

一〇. <http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/HBASE/permot3.html>

一一. <http://phys.thu.edu.tw/~exp01/class/gp-exp08/young's%20modulus.htm>